

1. Electrostatique.

I. FORCE ELECTRIQUE ET LOI DE COULOMB.

L'une des lois les plus anciennes de l'électricité est la loi de Coulomb. Celui-ci mit au point un dispositif très sensible capable de mesurer des forces entre de petites billes de moelle de sureau. Il vérifia alors, avec précision, la loi de variation des forces électriques en fonction des charges des billes et des distances qui les séparent les unes des autres. Il établit l'expression de la force \vec{F}_{12} qu'exerce une charge q_1 sur une charge q_2 séparées d'une distance \overline{AB} (figure 1). Elle s'exprime ainsi sous la forme vectorielle :

$$\vec{F}_{12} = k_e \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\|\overline{AB}\|^3} \cdot \overline{AB} = k_e \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\|\overline{AB}\|^2} \cdot \vec{u}_{AB} \text{ avec } \vec{u}_{AB} = \frac{\overline{AB}}{\|\overline{AB}\|}$$

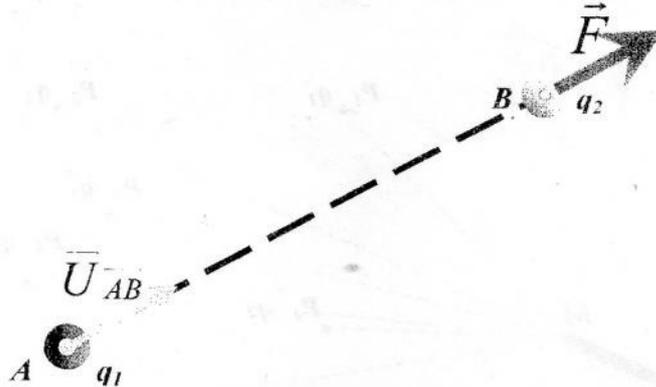


Figure 1: Force électrique exercée par une charge électrique q_1 sur une autre charge électrique q_2 (cas où les charges sont de même signe)

Si on convient qu'une force répulsive est positive et qu'une force attractive est négative, alors la constante k_e est positive. Sa valeur dépend des unités utilisées pour exprimer les différentes grandeurs intervenant dans l'expression de la force. Elle est caractéristique du milieu dans lequel sont placées les charges électriques. Elle est de la forme :

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

où ϵ est la permittivité du milieu, exprimée en $C^2/N.m^2$ dans le système MKSA (La force étant donnée en Newton, la distance exprimée en mètre et les charges en Coulomb).

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} C^2/N.m^2$) et ϵ_r la permittivité relative du milieu ou constante diélectrique (sans unité).

II. CHAMP ET POTENTIEL ELECTRIQUES.

II.1. CHAMP ELECTRIQUE CREE PAR UNE CHARGE ELECTRIQUE PONCTUELLE.

La loi de Coulomb peut être mise sous la forme établie par James Clerk MAXWELL (Physicien britannique, 1831-1879). Cette forme est basée sur le fait que la force électrique qui s'exerce sur une particule électriquement chargée est toujours proportionnelle à la charge de la particule. Le facteur de proportionnalité est appelé champ électrique, noté \vec{E} , numériquement égal à la force qui s'exerce sur une charge positive égale à l'unité. Il est déduit de l'expression ci-dessous :

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$$

Il apparaît donc que le champ électrique dépend de la charge électrique qui crée la force et des coordonnées de celle-ci. Il dépend également de la position de la particule sur laquelle il agit mais pas de la valeur de sa charge électrique. Le champ électrique \vec{E} est une quantité vectorielle. Lorsqu'il est créé par une charge ponctuelle q placée en un point P de l'espace, dans un milieu de permittivité ϵ , sa valeur en un point M , est donnée par :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{PM}\|^3} \cdot \|\vec{PM}\|$$

L'unité de champ électrique est le Newton/Coulomb (N/C) ou plus usuellement le Volt/mètre (V/m). L'introduction de la notion de champ électrique constitua un progrès conceptuel important. En effet, le champ électrique est une grandeur physique et non un simple artifice mathématique permettant le calcul des forces électriques.

II.2. EXPRESSION DU CHAMP ELECTRIQUE CREE PAR UN ENSEMBLE DE CHARGES.

CAS D'UNE DISTRIBUTION DISCRETE DE CHARGES ELECTRIQUES PONCTUELLES. متن ادب

Le champ électrique \vec{E}_T créé par un ensemble de N charges électriques ponctuelles q_i (figure 2), est la somme vectorielle des champs électriques \vec{E}_i créés par chacune des charges :

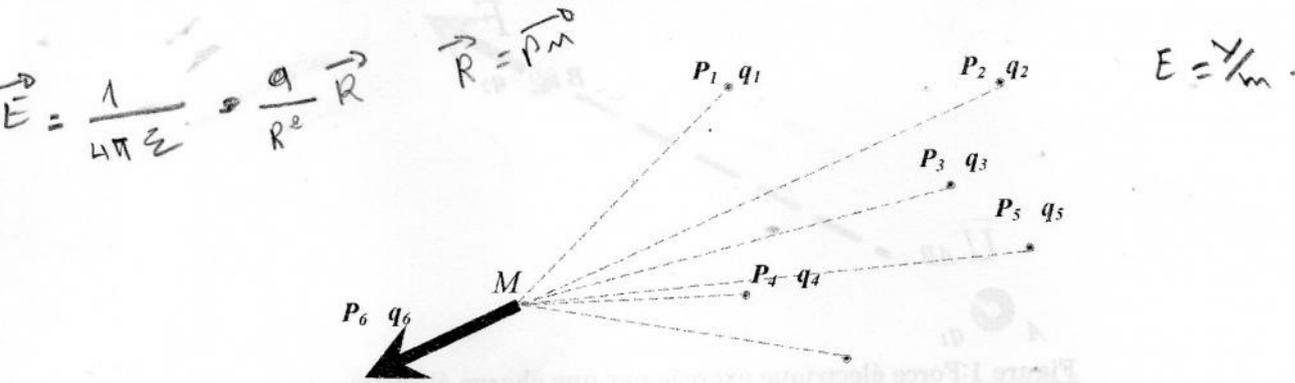


Figure 2: Champ électrique créé par un ensemble de charges électriques ponctuelles.

$$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

CAS D'UNE DISTRIBUTION CONTINUE DE CHARGES ELECTRIQUES. متن ادب

Lorsque la charge électrique est répartie selon une ligne, une surface ou un volume, chaque élément différentiel de charge dq produit au point de mesure M , un champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ donné par (Figure 3):

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{dq}{\|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$



Figure 3: Champ électrique élémentaire créé par une portion élémentaire d'une répartition linéaire et continue de charge.

Dans le cas d'une répartition linéique $dq = \lambda \cdot dl$ (λ représente la densité linéique de charge). Le champ électrique créé en un point M , par un fil de longueur L , est donné par :

$$\vec{E} = \int_L \frac{\lambda}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{dl}{\|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

التوزيع

Dans le cas d'une répartition surfacique, $dq = \sigma \cdot dS$ (σ représente la densité surfacique de charge). Le champ électrique créé en un point M , par une surface S , est donné par :

$$\vec{E} = \int_S \frac{\sigma}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{dS}{\|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

Dans le cas d'une répartition volumique $dq = \rho \cdot dV$ (ρ représente la densité volumique de charge). Le champ électrique créé en un point M , par un volume V , est donné par :

$$\vec{E} = \int_S \frac{\rho}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{dV}{\|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

التوزيع

II.3. FLUX DU CHAMP ELECTRIQUE. THEOREME DE GAUSS.

Une surface S , matérielle ou fictive, peut être décomposée en surfaces élémentaires dS assimilables à des plans. Chaque élément dS est représenté par un vecteur \vec{dS} perpendiculaire au plan de dS et de module dS . La surface S est alors donnée par :

$$S = \int_S \|\vec{dS}\|$$

Le flux $d\phi$ du vecteur champ électrique \vec{E} à travers une surface élémentaire dS est un produit scalaire défini par :

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

Le flux total ϕ à travers la surface S est donné par :

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

II.4. THEOREME DE GAUSS.

Soient une charge électrique q et une surface fermée S . La charge électrique q crée en tout point de l'espace un champ électrique \vec{E} . Le flux ϕ de ce vecteur champ électrique \vec{E} à travers la surface S est donné par :

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \int_L \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot \cos(\theta) \cdot dS = \frac{q}{4\pi\epsilon} \int_L \frac{\cos(\theta) \cdot dS}{R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \int_L d\Omega$$

$d\Omega$ est l'angle solide sous lequel dS est vue par la charge q .

Si q est à l'intérieur de la surface S , $\Omega = 4\pi$, alors :

$$\phi = \frac{q}{\epsilon}$$

Si q est sur la surface S , $\Omega = 2\pi$, alors :

$$\phi = \frac{q}{2\epsilon}$$

Si q est à l'extérieur de la surface S , le flux est nul car la charge q observe, sous le même angle Ω , deux surfaces élémentaires dS et dS' , d'où :

$$\phi = 0$$

Théorème de GAUSS: Le flux ϕ à travers une surface fermée S , d'un champ électrique \vec{E} créé par un ensemble de charges électriques est donné par :

$$\phi = \frac{1}{\epsilon} \cdot \left[\sum q_i + \sum \frac{q_s}{2} \right]$$

$\sum q_i$ = somme des charges à l'intérieur de S .

$\sum \frac{q_s}{2}$ = somme des charges sur S .

Le théorème de Gauss permet de calculer le champ électrique produit par des distributions de charges ayant certaines symétries géométriques. En effet, ce calcul est possible grâce à l'égalité suivante :

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \left[\sum q_i + \sum \frac{q_s}{2} \right]$$

Cependant, le choix de la surface fermée S doit être judicieux de manière à ce que \vec{E} ne dépende pas de S . La surface S doit passer par le point de mesure. En tout point de S , le champ électrique \vec{E} doit être soit nul, soit constant et parallèle à $d\vec{S}$, soit perpendiculaire à $d\vec{S}$.

II.5. POTENTIEL DU CHAMP ELECTRIQUE.

Le potentiel du vecteur champ électrique appelé potentiel électrique et noté V , représente la caractéristique énergétique du champ électrique.

• TRAVAIL NECESSAIRE POUR DEPLACER UNE CHARGE ELECTRIQUE PONCTUELLE

Placée dans un champ électrique \vec{E} , une charge électrique ponctuelle q est soumise à l'action d'une force \vec{F} définie par :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Lorsque q se déplace sur une distance dl , le travail élémentaire dW de \vec{F} est donné par :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow dW = \|\vec{F}\| \cdot \|d\vec{l}\| \cdot \cos(\vec{F}, d\vec{l})$$

Le travail total W accompli lors d'un déplacement fini de la charge électrique q d'un point N à un point M , est donné par :

$$W = \int_N^M \|\vec{F}\| \cdot \|d\vec{l}\| \cdot \cos(\vec{F}, d\vec{l}) = \int_N^M q \cdot E \cdot \cos(\vec{E}, d\vec{l}) \cdot dl$$

Si le champ électrique est créé par une charge ponctuelle q' placée en un point P , alors :

$$W = \frac{qq'}{4\pi\epsilon} \cdot \left(\frac{1}{\|PN\|} - \frac{1}{\|PM\|} \right)$$

Le travail des forces électriques de répulsion des charges de même signe est positif lorsqu'elles s'éloignent les unes des autres et négatif lorsqu'elles se rapprochent. Celui des forces électriques d'attraction des charges de signes contraires est positif lorsqu'elles se rapprochent les unes des autres, il est négatif lorsqu'elles s'éloignent. Il est à noter que le travail ne dépend que des positions initiale et finale du déplacement. Il est égal à la décroissance de l'énergie potentielle E_p :

$$W = -\Delta E_p = E_{p_{initiale}} - E_{p_{finale}}$$

• POTENTIEL ELECTRIQUE.

Le potentiel du vecteur champ électrique ou potentiel électrique en un point M est une grandeur scalaire, notée V , numériquement égale à l'énergie potentielle E_p d'une charge positive unité placée en ce point. Ce qui signifie que le potentiel électrique V est numériquement égal au travail nécessaire pour ramener une charge positive unité de l'infini au point M .

$$V = \int_{\infty}^M \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Le potentiel électrique est exprimé en volts (V) dans le Système International (SI).

Lorsque le champ électrique est créé par une charge électrique ponctuelle q placée en un point P , le potentiel électrique au point M est donné par :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \left(\frac{q}{\|PM\|} \right)$$

Dans le cas d'un ensemble de N charges électriques ponctuelles q_i placées respectivement en P_i , le potentiel électrique total V est égal à la somme algébrique des potentiels créés par chacune des charges :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{q_i}{\|P_i M\|} \right)$$

Dans le cas d'une répartition volumique de charge, le potentiel V au point M devient :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \int_V \left(\frac{\rho \cdot dV}{\|PM\|} \right)$$

• RELATION ENTRE CHAMP ET POTENTIEL ELECTRIQUES.

Soient V une fonction des variables spatiales x , y et z . Le gradient de V , noté $\overrightarrow{grad}(V)$, est défini par :

$$\overrightarrow{grad}(V) = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

En coordonnées cylindriques, le gradient du potentiel électrique V devient :

$$\overrightarrow{grad}(V) = \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

Par ailleurs,

$$\begin{cases} dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{E} \cdot (dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j} + dz \cdot \vec{k}) \\ \vec{E} = (E_x \cdot \vec{i} + E_y \cdot \vec{j} + E_z \cdot \vec{k}) \\ dV = -(E_x \cdot dx + E_y \cdot dy + E_z \cdot dz) \end{cases}$$

De plus,

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot dz$$

L'identification terme à terme aboutit à :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

D'où

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$$

Le vecteur champ électrique dérive donc d'un potentiel. Il est dirigé des potentiels élevés vers les potentiels les plus faibles.

III- Dipôle électrique.

Un dipôle électrique est formé par deux charges électriques $-q$ et $+q$, de même valeur absolue, mais de signes contraires, placées respectivement en N et P . Le milieu du segment \overrightarrow{PN} est appelé centre du dipôle et la distance $l = \|\overrightarrow{PN}\|$, longueur du dipôle. Le moment dipolaire du dipôle électrique est le vecteur $\vec{\mu}$ d'origine O , dirigé de la charge négative vers la charge positive et de module $q \cdot l$.

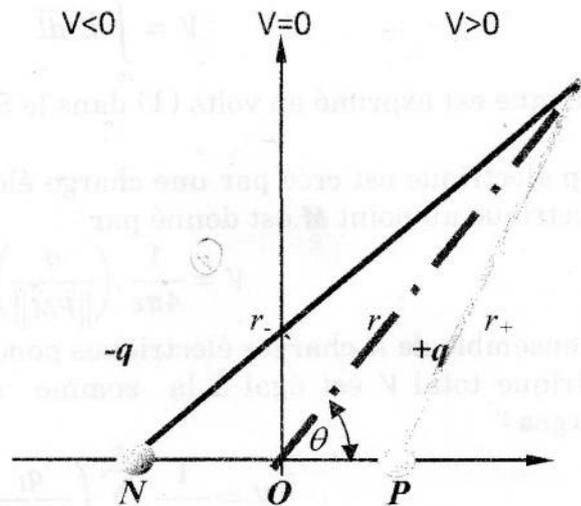


Figure 4 : Potentiel électrique créé par un dipôle électrique.

En un point $M(x, y)$ de l'espace, le potentiel électrique créé par ce dipôle électrique est la somme algébrique des potentiels créés en ce point, par chacune des charges $-q$ et $+q$:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{q}{\|PM\|} - \frac{q}{\|NM\|} \right] \Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{\|NM\| - \|PM\|}{\|PM\| \cdot \|NM\|} \right]$$

Lorsque le point M est suffisamment éloigné du dipôle, le calcul du potentiel V est simplifié par les approximations suivantes :

$$\begin{cases} \|NM\| - \|PM\| \approx l \cdot \cos(\theta) \\ \|NM\| \approx \|PM\| \approx r \end{cases}$$

Le potentiel électrique peut alors être mis sous la forme :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{l \cdot \cos(\theta)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\mu \cdot \cos(\theta)}{r^2}$$

Cette expression du potentiel signifie que celui-ci ne dépend que de la distance r séparant le point de mesure M du centre du dipôle et de la projection du moment dipolaire sur l'axe \overline{OM} . Il est à noter que cette projection peut être positive ou négative, selon la valeur de θ (positive pour $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ et négative pour $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$). Il est positif dans le demi-espace contenant la charge positive, négatif dans celui contenant la charge négative et nul sur le plan perpendiculaire au dipôle et passant par son centre.

IV- CONDUCTEURS ELECTRIQUES.

Les conducteurs sont des corps à l'intérieur desquels les charges électriques sont capables d'effectuer des mouvements importants à l'échelle atomique. L'application d'un champ électrique permanent y entraîne donc l'apparition d'un déplacement permanent des charges électriques.

IV.1. CONDUCTEUR EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE.

Un conducteur est dit en équilibre électrostatique lorsque toutes ses charges sont immobiles. C'est-à-dire qu'elles ne sont soumises à aucune force. De ce fait, le champ électrique dans un tel conducteur ne peut être que nul puisque l'inverse produirait un déplacement de charges. Ainsi, le vecteur champ électrique \vec{E} et son flux à travers toute surface sont nuls en tout point intérieur au conducteur. Ce qui signifie, d'après le théorème de Gauss, que la charge intérieure du conducteur est nulle. Cependant, les charges électriques se répartissent uniquement sur la surface de celui-ci.

TRAVAUX DIRIGES DE PHYSIQUE
PARTIE ELECTRICITE.

$$\vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_4}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3} \cdot \left(-\frac{q}{2}\vec{i} + \frac{q}{2}\vec{j}\right)$$

Question 1. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , quatre charges électriques égales ($= q$) et de même signe, disposées sur les sommets d'un carré de côté $a > 0$. \vec{E}_T et V_T sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés au centre du carré, par ces quatre charges électriques. Alors :

1. $\|\vec{E}_T\| = \frac{q}{2a\pi\epsilon}$ 2. $\|\vec{E}_T\| = 0$ 3. $V_T = \frac{q\sqrt{2}}{a\pi\epsilon}$ 4. $V_T = \frac{q}{a\pi\epsilon}$ 5. $V_T = \frac{q}{a\pi\epsilon\sqrt{2}}$
- A(1,3) B(1,4) C(1,5) D(2,4) E(2,5)

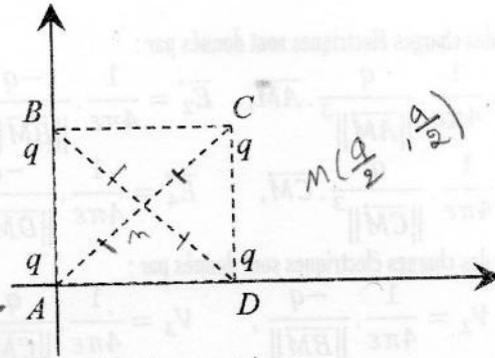
Solution de la question 1.

$$\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM}$$

$$\vec{OM} - \vec{OB} = \left(\frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}\right) - (a\vec{i} + a\vec{j})$$

$$= \frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j} - a\vec{i} - a\vec{j} = -\frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j}$$

$$\|\vec{AM}\| = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_1}{\|\vec{AM}\|^3} \cdot \vec{AM}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_2}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3} \cdot \left(\frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_3}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3} \cdot \left(-\frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_4}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3} \cdot \left(-\frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

Les champs électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|^3} \cdot \vec{AM}, \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|^3} \cdot \vec{BM}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|^3} \cdot \vec{CM}, \quad \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{DM}\|^3} \cdot \vec{DM}$$

Les potentiels électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|}, \quad V_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{DM}\|}$$

Par ailleurs,

$$\vec{AM} = \vec{OM} - \vec{OA} = a\vec{i} + a\vec{j} = a(\vec{i} + \vec{j}), \quad \vec{BM} = \vec{OM} - \vec{OB} = a\vec{i} - a\vec{j} = a(\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{CM} = \vec{OM} - \vec{OC} = -a\vec{i} - a\vec{j} = -a(\vec{i} + \vec{j}), \quad \vec{DM} = \vec{OM} - \vec{OD} = -a\vec{i} + a\vec{j} = -a(\vec{i} - \vec{j})$$

donc : $\|\vec{AM}\| = \|\vec{BM}\| = \|\vec{CM}\| = \|\vec{DM}\| = a\sqrt{2}$

De ce fait, le champ électrique total \vec{E}_T créé au point M, somme des quatre champs $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ et \vec{E}_4 , et le potentiel électrique total V_T , somme des potentiels V_1, V_2, V_3 et V_4 sont donnés par :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{aq}{(a\sqrt{2})^3} \cdot [(\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{i} - \vec{j}) - (\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{i} - \vec{j})]$$

$$\vec{E}_T = \vec{0}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{4a\sqrt{2}\pi\epsilon} \cdot [4q] = \frac{q\sqrt{2}}{a\pi\epsilon}$$

Sans faire de calcul.

Les charges électriques étant égales (même valeur, même signe), sur les diagonales du carré et à équidistance (même distance) du point M, donc le champ électrique au point M est nul ($E=0$). De plus, le potentiel électrique sera égal à quatre fois celui créé par une seule charge.

Réponse juste E(2,5).

Question 2. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , quatre charges électriques $q_1 = q$, $q_2 = -q$, $q_3 = q$ et $q_4 = -q$, placées respectivement sur les points $A(0,0)$, $B(0,a)$, $C(a,a)$ et $D(a,0)$. \vec{E}_T et V_T sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés par ces quatre charges électriques, au centre du carré. Alors :

$$1. \|\vec{E}_T\| = \frac{q}{2a\pi\epsilon} \quad 2. \|\vec{E}_T\| = 0 \quad 3. V_T = \frac{q\sqrt{2}}{a\pi\epsilon} \quad 4. V_T = \frac{q}{a\pi\epsilon} \quad 5. V_T = 0$$

A(1,3)

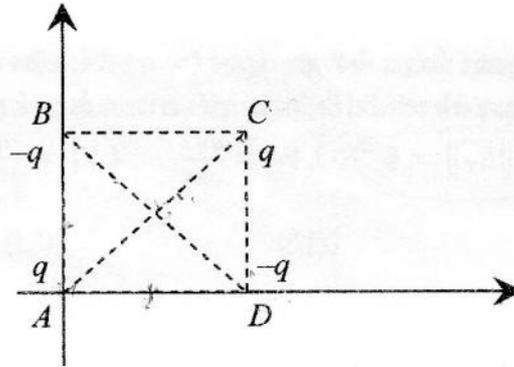
B(1,4)

C(1,5)

D(2,4)

E(2,5)

Solution de la question 2.



Les champs électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|^3} \cdot \vec{AM}, \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{BM}\|^3} \cdot \vec{BM}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|^3} \cdot \vec{CM}, \quad \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{DM}\|^3} \cdot \vec{DM}$$

Les potentiels électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{BM}\|}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|}, \quad V_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{DM}\|}$$

Par ailleurs,

$$\vec{AM} = \vec{OM} - \vec{OA} = a\vec{i} + a\vec{j} = a(\vec{i} + \vec{j}), \quad \vec{BM} = \vec{OM} - \vec{OB} = a\vec{i} - a\vec{j} = a(\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{CM} = \vec{OM} - \vec{OC} = -a\vec{i} - a\vec{j} = -a(\vec{i} + \vec{j}), \quad \vec{DM} = \vec{OM} - \vec{OD} = -a\vec{i} + a\vec{j} = -a(\vec{i} - \vec{j})$$

$$\|\vec{AM}\| = \|\vec{BM}\| = \|\vec{CM}\| = \|\vec{DM}\| = a\sqrt{2}$$

De ce fait, le champ électrique total \vec{E}_T créé au point M , somme des quatre champs $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ et \vec{E}_4 , et le potentiel électrique total V_T , somme des potentiels V_1, V_2, V_3 et V_4 sont donnés par :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{aq}{(a\sqrt{2})^3} \cdot [(\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{i} - \vec{j}) - (\vec{i} + \vec{j}) + (\vec{i} - \vec{j})]$$

$$\vec{E}_T = \vec{0}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{4a\sqrt{2}\pi\epsilon} \cdot [-q + 2q] = 0$$

Sans faire de calcul.

Les charges étant à équidistances (même distance) du point M et leur somme étant nulle, donc le potentiel électrique au point M est nul ($V=0$). De plus, les charges de mêmes signes étant sur les mêmes diagonales du carré, donc le champ électrique est nul.

Réponse juste E(2,5).

Question 3. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , trois charges électriques égales $q_1 = q_2 = q_3 = q$, disposées respectivement aux points $A(-a, 0)$, $B(0, 0)$, $C(a, 0)$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés par ces charges au point $M(0, y)$. Alors :

$$1. \|\vec{E}_T\| = \frac{qy}{4\pi\epsilon} \left[\frac{2}{(\sqrt{a^2+y^2})^3} + \frac{1}{(y^2)^3} \right] \vec{j} \quad 2. \|\vec{E}_T\| = \frac{qy}{4\pi\epsilon} \left[\frac{2}{(\sqrt{a^2+y^2})^3} + \frac{1}{(y^2)^3} \right] \vec{i} \quad 3. V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{2}{\sqrt{a^2+y^2}} + \frac{1}{y} \right)$$

$$4. V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{2}{\sqrt{a^2+y^2}} + \frac{1}{|y|} \right) \quad 5. V_T = 0$$

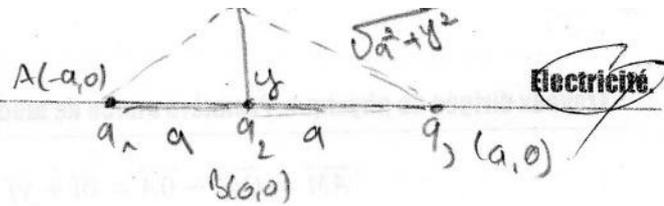
A(1,3)

B(1,4)

C(2,3)

D(2,4)

E(2,5)



Solution de la question 3.

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

Les champs électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|^3} \cdot \vec{AM}, \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|^3} \cdot \vec{BM}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|^3} \cdot \vec{CM}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{q_1}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{q_2}{|y|} + \frac{q_3}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{1}{|y|} \right)$$

Les potentiels électriques créés au point M par chacune des charges électriques sont donnés par :

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{CM}\|}$$

Par ailleurs,

$$\vec{AM} = \vec{OM} - \vec{OA} = 0\vec{i} + y\vec{j} - (-a\vec{i} + 0\vec{j}) = a\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{AM}\| = \sqrt{a^2 + y^2}$$

$$\vec{BM} = \vec{OM} - \vec{OB} = 0\vec{i} + y\vec{j} - (0\vec{i} + 0\vec{j}) = y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{BM}\| = \sqrt{y^2} = |y|$$

$$\vec{CM} = \vec{OM} - \vec{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} - (a\vec{i} + 0\vec{j}) = -a\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{CM}\| = \sqrt{a^2 + y^2}$$

De ce fait, le champ électrique total \vec{E}_T créé au point M somme des trois champs $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$, et le potentiel électrique total V_T somme des potentiels V_1, V_2, V_3 , sont donnés par :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{a\vec{i} + y\vec{j}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} + \frac{y\vec{j}}{(\sqrt{y^2})^3} + \frac{-a\vec{i} + y\vec{j}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} \right] = \frac{qy}{4\pi\epsilon} \left[\frac{2}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{y^2})^3} \right] \vec{j}$$

Tout en calcul de j
reste la valeur y

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{1}{|y|} \right)$$

Réponse juste B(1,4).

Question 4. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , trois charges électriques $q_1 = q_2 = -q_3 = q$, disposées respectivement aux points $A(-a, 0), B(0, 0), C(a, 0)$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés par ces charges au point $M(0, y)$. Alors :

$$1. \|\vec{E}_T\| = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{y\vec{j}}{(\sqrt{y^2})^3} \right] \quad 2. \|\vec{E}_T\| = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{2a\vec{i}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} + \frac{y\vec{j}}{(\sqrt{y^2})^3} \right] \quad 3. V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|y|}$$

$$4. V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{3}{|y|} \quad 5. V_T = 0$$

A(1,3)

B(1,4)

C(2,3)

D(2,4)

E(2,5)

Solution de la question 4.

Les champs électriques créés au point M par chacune des charges électriques, sont donnés par :

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|^3} \cdot \vec{AM}, \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|^3} \cdot \vec{BM}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{CM}\|^3} \cdot \vec{CM}$$

Les potentiels électriques créés au point M par chacune des charges électriques, sont donnés par :

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{AM}\|}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{\|\vec{BM}\|}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{-q}{\|\vec{CM}\|}$$

Par ailleurs,

$$\vec{AM} = \vec{OM} - \vec{OA} = 0\vec{i} + y\vec{j} - (-a\vec{i} + 0\vec{j}) = a\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{AM}\| = \sqrt{a^2 + y^2}$$

$$\vec{BM} = \vec{OM} - \vec{OB} = 0\vec{i} + y\vec{j} - (0\vec{i} + 0\vec{j}) = y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{BM}\| = \sqrt{y^2} = |y|$$

$$\vec{CM} = \vec{OM} - \vec{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} - (a\vec{i} + 0\vec{j}) = -a\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \|\vec{CM}\| = \sqrt{a^2 + y^2}$$

De ce fait, le champ électrique total \vec{E}_T créé au point M , somme des trois champs $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ et le potentiel électrique total V_T somme des potentiels V_1, V_2, V_3 sont donnés par :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{a\vec{i} + y\vec{j}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} + \frac{y\vec{j}}{(\sqrt{y^2})^3} + \frac{+a\vec{i} - y\vec{j}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{2a\vec{i}}{(\sqrt{a^2 + y^2})^3} + \frac{y\vec{j}}{(\sqrt{y^2})^3} \right]$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{|y|} \right)$$

Réponse juste C(2,3).



Question 5. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , deux charges électriques $q_1 = n q_2$, placées respectivement sur les points $N(-a, 0)$ et $P(a, 0)$, $a > 0$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créé par ces charges électriques, au point $M(x, y)$. Alors :

1. $\|\vec{E}_M\| = \|\text{grad}(V_M)\|$
2. (q_1, q_2) est un dipôle électrique pour $n = -2$
3. (q_1, q_2) est un dipôle électrique pour $n = -1$
4. $x, y > 0 \Rightarrow V_M > 0$
5. $x, q_2 > 0 \Rightarrow V_M > 0$
6. $x, q_1 > 0 \Rightarrow V_M < 0$

A(1,3)

B(1,4)

C(2,4)

D(1,5)

E(3,6)

Solution de la question 5.

Par définition, $\vec{E}_M = -\text{grad}V_M$ donc $\|\vec{E}_M\| = \|\text{grad}(V_M)\|$ est correcte

Par définition, un dipôle électrique est constitué de deux charges électriques égales et de signes contraires, donc la proposition " (q_1, q_2) est un dipôle électrique pour $n = -1$ " est correcte et la proposition 2 est à rejeter.

Le potentiel électrique créé par un dipôle électrique est donné par :

$$V_M = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q \cdot \cos(\theta)}{r^2}$$

Lorsque, $x > 0$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$, alors $\cos(\theta) > 1$. De ce fait, si $q_2 > 0$ alors $V_M > 0$ et si $q_1 > 0$ alors $V_M < 0$. Donc les propositions 5 et 6 sont correctes.

Réponses justes A(1,3), D(1,5) et E(3,6).

Question 6. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , deux charges électriques $q_1 = q_2$, disposées respectivement aux points $N(-a, 0)$ et $P(a, 0)$, $a > 0$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créé par ces charges électrique, au point $M(x, y)$. Alors :

1. $\|\vec{E}_M\| = \|\text{grad}(V_M)\|$
2. q_1 et q_2 forment un dipôle électrique
3. $x, y > 0 \Rightarrow V_M > 0$
4. $x, q_2 > 0 \Rightarrow V_M > 0$
5. $x, q_1 > 0 \Rightarrow V_M < 0$

A(1,3)

B(1,4)

C(2,4)

D(1,5)

E(3,6)



Solution de la question 6.

Par définition, $\vec{E}_M = -\text{grad}V_M$ donc $\|\vec{E}_M\| = \|\text{grad}(V_M)\|$ est correcte

Par définition, un dipôle électrique est constitué de deux charges électriques égales et de signes contraires. Les deux charges électriques étant de même signe, elles ne peuvent donc pas former un dipôle électrique : la proposition " q_1 et q_2 forment un dipôle électrique" est fausse.

Le potentiel électrique créé par cet ensemble de charges est positif (resp. négatif) en tout point de l'espace, si les charges sont positives (resp. négatives). De ce fait, la proposition 3 est fausse, elle ne tient pas compte pas du signe des charges, la proposition 6 est également fausse car lorsque $q_1 > 0$, le potentiel électrique l'est aussi.

Seule la proposition 4 est correcte, puisque lorsque $q_2 > 0$, alors $q_1 > 0$ et donc le potentiel électrique est positif quelque soit x , en particulier lorsque $x > 0$.

Réponse B(1,4)

Question 7. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , deux charges électriques $q_1 = -q_2 = -q$ ($q > 0$), disposées respectivement aux points $N(-a, 0)$ et $P(a, 0)$, $a > 0$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés par ces charges au point $M(x, y)$.

Alors :

1. $\vec{E}_M = -\text{grad}V_M$ ✓
 5. $y > 0 \Rightarrow V_M > 0$ ✗

2. (q_1, q_2) est un dipôle électrique ✗
 6. $x > 0 \Rightarrow V_M > 0$ ✓
 4. $x < 0 \Rightarrow V_M > 0$ ✓

A(1,3)

B(1,4)

C(2,4)

D(1,5)

E(3,6)

Solution de la question 7.

Par définition, $\vec{E}_M = -\text{grad}V_M$

Par définition, un dipôle électrique est constitué de deux charges électriques égales et de signes contraires, donc la proposition " (q_1, q_2) est un dipôle électrique" est correcte.

Le demi-plan $x > 0$ contient la charge électrique positive et demi-plan $x < 0$ contient la charge électrique négative. Le potentiel électrique est positif du côté de la charge électrique positive, donc la proposition 6 est correcte.

Réponses justes A(1,6), ~~A(1,5)~~ et E(3,6).

Question 8. On considère dans un milieu de permittivité ϵ , deux charges électriques $q_1 = -q_2 = -q$ ($q > 0$), disposées respectivement aux points $N(-a, 0)$ et $P(a, 0)$, $a > 0$. \vec{E}_M et V_M sont respectivement le champ et le potentiel électriques créés par ces charges au point $M(x, y)$.

Alors, $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ et $R^2 = (x^2 + y^2)$

1. $V_M = \frac{qax}{2\pi\epsilon(x^2+y^2)^{3/2}}$ ✗

2. $V_M = \frac{qax}{2\pi\epsilon(x^2+y^2)^{3/2}}$

3. $V_T = \frac{qa\sqrt{2}}{4\pi\epsilon}$

4. $\|\vec{E}_M\| = \frac{aq}{2\pi\epsilon R^3} \sqrt{(1 + 3 \cdot \cos^2(\theta))}$

5. $\|\vec{E}_M\| = \frac{aq}{2\pi\epsilon R^2} \sqrt{(1 + \sin^2(\theta))}$

6. $\|\vec{E}_M\| = \frac{aq}{2\pi\epsilon R^3} (1 + \cos(\theta))$

A(1,6)

B(2,5)

C(2,4)

D(1,5)

E(3,4)

Solution de la question 8.

En un point $M(x, y)$ de l'espace, le potentiel électrique créé par ce dipôle électrique est la somme algébrique des potentiels créés en ce point, par chacune des charges $-q$ et $+q$:

$$V_M = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{q}{\|\overrightarrow{PM}\|} - \frac{q}{\|\overrightarrow{NM}\|} \right] \Rightarrow V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left[\frac{\|\overrightarrow{NM}\| - \|\overrightarrow{PM}\|}{\|\overrightarrow{PM}\| \cdot \|\overrightarrow{NM}\|} \right]$$

Lorsque le point M est suffisamment éloigné du dipôle, le calcul du potentiel V est simplifié par les approximations suivantes :

$$\begin{cases} \|\overrightarrow{NM}\| - \|\overrightarrow{PM}\| \approx 2a \cdot \cos(\theta) = 2a \frac{x}{(x^2 + y^2)^{1/2}} \\ \|\overrightarrow{NM}\| \approx \|\overrightarrow{PM}\| \approx R = (x^2 + y^2)^{1/2} \end{cases}$$

Le potentiel électrique peut alors être mis sous la forme :

$$V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2a \cdot \cos(\theta)}{R^2} = \frac{qa}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{\cos(\theta)}{R^2} = \frac{qax}{2\pi\epsilon(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

En coordonnées polaires :

$$\|\overrightarrow{E_M}\| = \|\overrightarrow{-grad}(V_M)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial V_M}{\partial R}\right)^2 + \left[\frac{1}{R} \left(\frac{\partial V_M}{\partial \theta}\right)\right]^2} = \frac{qa}{2\pi\epsilon} \left[\left(\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\cos(\theta)}{R^2}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\cos(\theta)}{R^2}\right)\right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\|\overrightarrow{E_M}\| = \frac{qa}{2\pi\epsilon} \left[\left(\frac{-2\cos(\theta)}{R^3}\right)^2 + \left(\frac{-\sin(\theta)}{R^3}\right)^2 \right]^{1/2} = \frac{qa}{2\pi\epsilon R^3} \sqrt{1 + 3 \cdot \cos^2(\theta)}$$

Réponse juste C(2,4).

Question 9. Un ensemble de deux charges électriques q_1 et q_2 séparées d'une distance a est considéré dipôle électrique par un point $M(x, y)$ de l'espace, lorsque :

1. $a \ll \sqrt{x^2 + y^2}$.
2. $q_1 = q_2$
3. $q_1 = -q_2$
4. $a \approx \sqrt{x^2 + y^2}$
5. $q_1 = q_2 > 0$
6. $q_1 = q_2 < 0$
7. $a^2 = x^2 + y^2$

A(2,4)

B(1,3)

C(3,4)

D(2,6)

E(5,7)

Solution question 9.

Par définition, un dipôle électrique est constitué de deux charges électriques égales et de signes opposés. De plus, la distance a qui les sépare est très petite par rapport à la distance qui les sépare du point de mesure M .

De ce fait, les seules assertions à retenir sont donc 1 et 3.

Réponse juste C(3,4).

$$F = q \cdot E = m \cdot a$$

$$v = a \cdot t \Rightarrow$$

Question 13. Quatre molécules M_1, M_2, M_3 et M_4 sont placées dans un champ électrique $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \cdot \vec{z}$ créé par un fil rectiligne infini chargé par un fil rectiligne infini de densité linéique de charge $\lambda < 0$. Les molécules M_1, M_2, M_3 et M_4 ont respectivement des charges $q_1 = q, q_2 = 2q, q_3 = q$ et $q_4 = -q$ et la même masse m . On ne considère que les molécules qui se dirigent vers le fil. Au bout d'un temps t , les molécules M_1, M_2, M_3 et M_4 acquièrent respectivement les vitesses v_1, v_2, v_3 et v_4 données par :

1. $v_1 = \frac{q \lambda}{m 2\pi\epsilon} \cdot t$

2. $v_1 = \frac{q \lambda}{m \pi\epsilon} \cdot t$

3. $v_2 = \frac{q \lambda}{m 4\pi\epsilon} \cdot t$

4. $v_2 = \frac{q \lambda}{m \pi\epsilon} \cdot t$

5. $v_3 = \frac{q \lambda}{m 2\pi\epsilon} \cdot t$

6. $v_3 = \frac{q \lambda}{m \pi\epsilon} \cdot t$

7. $v_4 = \frac{q \lambda}{m 2\pi\epsilon} \cdot t$

A(1,3)

B(1,4)

C(2,6)

D(2,7)

E(1,5)

Solution question 13.

La molécule M_4 ne se dirige pas vers le fil, car elle porte une charge négative.

Le champ électrique étant constant, les forces auxquelles sont soumises les molécules sont donc constantes. Les accélérations des molécules sont constantes et les mouvements sont uniformément accélérés.

$$\vec{F}_1 = q \cdot \vec{E} = q \cdot \vec{\gamma}_1 \Rightarrow \gamma_1 = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon \cdot m}$$

$$\vec{F}_2 = 2q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{\gamma}_2 \Rightarrow \gamma_2 = 2\gamma_1$$

$$\vec{F}_3 = q \cdot \vec{E} = 2m \cdot \vec{\gamma}_1 \Rightarrow \gamma_3 = \frac{1}{2}\gamma_1$$

Les vitesses des molécules M_1, M_2 et M_3 , en fonction de q, m, E et le temps t , sont :

$$v_1 = \gamma_1 \cdot t = \frac{q \lambda}{m} \cdot t = \frac{q \lambda}{m 2\pi\epsilon} \cdot t; \quad v_2 = \gamma_2 \cdot t = \frac{q \lambda}{m \pi\epsilon} \cdot t; \quad v_3 = \gamma_3 \cdot t = \frac{q \lambda}{m 4\pi\epsilon} \cdot t$$

Réponses B(1,4,5) ~~E(1,5)~~ :

B/E

Question 14. On considère dans un milieu équivalent-eau de permittivité ϵ , deux charges électriques $q_1 = -q_2 = -q$ ($q > 0$), disposées respectivement aux points $N(-a, 0)$ et $P(a, 0)$, $a > 0$. La différence de potentiel entre les potentiels à l'infini et au point $M(x, y)$, dans le vide, est de 80mV. Alors dans le milieu équivalent eau, cette différence de potentiel serait égale à :

1. 80mV

2. 40mV

3. 10mV

4. 5mV

5. 1 mV

A(1)

B(2)

C(3)

D(4)

E(5)

Solution de la question 14.

La permittivité relative d'un milieu équivalent -eau est égale à 80. Donc la différence de potentiel est divisée par 80, elle est égale à 1mV