TRAVAUX DIRIGES DE PHYSIQUE
PARTIE RAYONNEMENTS IONISANTS.

Objectif pédagogique 1: L'étudiant doit être capable d'écrire les relations qui lient, la longueur d'onde λ, la période T, la fréquence ν et l'énergie E d'un photon.

Objectif pédagogique 2: L'étudiant doit être capable de calculer la longueur d'onde λ d'un photon, connaissant son énergie exprimée en eV.

Objectif pédagogique 3: L'étudiant doit être capable de calculer l'énergie d'un photon en eV ou en Joule, connaissant sa fréquence ou sa période.

Objectif pédagogique 4: L'étudiant doit être capable de calculer la période d'un radioélément connaissant sa constante radioactive.

Objectif pédagogique 5: L'étudiant doit être capable de calculer la constante radioactive d'un radioélément connaissant sa période.

Objectif pédagogique 6: L'étudiant doit être capable de reconnaitre le type d'émission d'un radioélément connaissant sa réaction nucléaire de désintégration.

Objectif pédagogique 7: L'étudiant doit être capable de calculer les activités des radioéléments dans une filiation radioactives connaissant les valeurs initiales de ces activités et les périodes (ou les constantes radioactives) des radioéléments mis en jeu.

Objectif pédagogique 8: L'étudiant doit être capable de calculer l'activité d'une source radioactive à partir d'une mesure obtenue par un détecteur linéaire de particules, connaissant les conditions et les valeurs d'étalonnage.

Objectif pédagogique 9: L'étudiant doit être capable de calculer l'activité à l'instant $t = t_1$ d'un radioélément de période T connue, connaissant la valeur de cette activité à un instant $t = t_2$.

Objectif pédagogique 10: L'étudiant doit être capable de calculer le rendement global d'un détecteur de particules connaissant le nombre de particules émises et le nombre de particules détectées.

Objectif pédagogique 11: L'étudiant doit être capable de calculer le nombre de particules émises par une source de rayonnement connaissant le rendement global du détecteur de particules et le nombre de particules détectées ;

Objectif pédagogique 12: L'étudiant doit être capable de calculer l'activité à l'instant $t = t_1$ d'un radioélément de période T connue, connaissant la valeur de cette activité à un instant $t = t_2$.

Exercice 2.1. : On considère des ondes électromagnétiques de longueur d'onde λ, de période T, de fréquence ν et d'énergie E. $c = 3.10^8 m/s$ est la vitesse de la lumière dans le vide et $h = 6{,}62.10^{34} J.s$ est la constante de Planck.

Question 2.1.1. Parmi ces relations, quelles sont celles qui sont justes :

1- $E = h.c$ 2- $T = 1/\nu$ 3- $\lambda = cT$ 4- $E = h.c/\lambda$ 5- $\lambda = c/T$ 6- $E = h/\lambda$

A(1,2,3) B(2,3,4) C(2,3,6) D(2,4,5) E(1,2,5)

Solution question 2.1.1.

Par définition :

$T = 1/\nu$

$\lambda = cT$

$E = h.c/\lambda$

Réponse B(2,3,4)

Question 2.1.2. Des photons d'énergie $E_1 = 0{,}248\ keV$, $E_2 = 0{,}124\ keV$ et $E_3 = 0{,}496\ MeV$ auront respectivement pour longueur d'onde $\lambda_1, \lambda_2 et\ \lambda_3$ données par :

1- $\lambda_1 = 5\ nm$ 2- $\lambda_1 = 0{,}025$Å 3- $\lambda_1 = 0{,}01\mu m$ 4- $\lambda_2 = 5\ nm$ 5- $\lambda_2 = 0{,}025$Å 6- $\lambda_3 = 0{,}01\mu m$

7- $\lambda_3 = 5\ nm$ 8- $\lambda_3 = 0{,}025$Å 9- $\lambda_3 = 0{,}01\mu m$

A(1,5,9) B(2,6,7) C(3,4,8) D(1,6,8) E(3,5,9)

Solution question 2.1.2.

Par définition :

$$E[eV] = \frac{12400}{\lambda[Å]} \Leftrightarrow \lambda[Å] = \frac{12400}{E[eV]}$$

$$\lambda_1[\text{Å}] = \frac{12400}{248} = 50\text{Å} = 5nm$$
$$\lambda_2[\text{Å}] = \frac{12400}{124} = 100\text{Å} = 10nm = 0{,}01\mu m$$
$$\lambda_3[\text{Å}] = \frac{12400}{496000} = 0{,}025\text{Å}$$

Réponse D(1,6,8)

Question 2.1.3. Des photons de fréquence $\nu_1 = 3.10^{17}Hz, \nu_2 = 1{,}5.10^{16}Hz$ et $\nu_3 = 6.10^{18}Hz$, ont respectivement les énergies E_1, E_2 et E_3 égales à :

1- $E_1 = 62eV$ 2- $E_1 = 1{,}24keV$ 3- $E_1 = 24{,}8keV$ 4- $E_2 = 1{,}24keV$ 5- $E_2 = 62\ eV$
6- $E_3 = 24{,}8keV$ 7- $E_3 = 1{,}24keV$ 8- $E_3 = 24{,}8keV$ 9- $E_3 = 62eV$

A(1,5,9) B(2,5,8) C(3,4,8) D(1,6,8) E(3,5,9)

Solution question 2.1.3.
Par définition :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}\ et\ E[eV] = \frac{12400}{\lambda[\text{Å}]}$$

D'où :

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = \frac{3.10^8}{3.10^{17}} = 10^{-9}m = 10\text{Å}\ et\ E_1[eV] = \frac{12400}{\lambda_1[\text{Å}]} = \frac{12400}{10} = 1{,}24keV$$
$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{3.10^8}{1{,}5.10^{16}} = 2.10^{-8}m = 200\text{Å}\ et\ E_2[eV] = \frac{12400}{\lambda_2[\text{Å}]} = \frac{12400}{200} = 62eV$$
$$\lambda_3 = \frac{c}{\nu_3} = \frac{3.10^8}{6.10^{18}} = 5.10^{-11}m = 0{,}5\text{Å}\ et\ E_3[eV] = \frac{12400}{\lambda_3[\text{Å}]} = \frac{12400}{0{,}5} = 24{,}8keV$$

Réponse B(2,5,8).

TD

Exercice 2.2.
On considère le radioélément ${}^A_ZX$ de période $T_x = 69{,}3h$ qui se désintègre en donnant le radioélément ${}_{Z+1}^{\ \ A}Y$, de période $T_y = 0{,}1T_x$. L'activité $a_x(t)$ de ${}^A_ZX$ à $t = 0$ est $a_x(0) = 10^2MBq$ et celle de ${}_{Z+1}^{\ \ A}Y$, $a_y(0)$, est égale à 0.

Question 2.2.1. Les constantes radioactives $\lambda_x\ et\ \lambda_y$ respectivement de ${}^A_ZX$ et ${}_{Z+1}^{\ \ A}Y$ sont :

1- $\lambda_x = 10\ h^{-1}$ 2- $\lambda_y = 10^{-2}\ h^{-1}$ 3- $\lambda_x = 10^{-2}\ h^{-1}$
4- $\lambda_y = 10^{-1}\ h^{-1}$ 5- $\lambda_y = 10^{-4}\ h^{-1}$

A(1,2) B(1,4) C(2,3) D(3,4) E(3,5)

Réponse de la question 2.2.1.
Il suffit de calculer les constantes radioactives à partir de la relation qui les lie aux périodes respectives.

$$\lambda = \frac{Ln2}{T} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_x = \dfrac{Ln2}{T_x} = \dfrac{0{,}693}{69{,}3} = 10^{-2}h^{-1} \\ \lambda_y = \dfrac{Ln2}{T_y} = \dfrac{Ln2}{0{,}1\,.\,T_x} = \dfrac{0{,}693}{6{,}93} = 10^{-1}h^{-1} \end{cases}$$

Réponse D(3,4).

Question 2.2.2. Le radioélément ${}^A_ZX$ qui donne en désintégrant l'élément ${}_{Z+1}^{\ \ A}Y$, est un émetteur :

A- β^+ B- β^- C- α D- γ E- (β^-, γ)

Réponse de la question 2.2.2.

Le radioélément $^{A}_{Z}X$ donne le radioélément $_{Z+1}^{\ A}Y$, de ce fait il se produit au niveau nucléaire la réaction suivante :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z+1}^{\ A}Y + {}_{-1}^{\ 0}e$$

Du fait que :

$$^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}_{-1}^{\ 0}e$$

Il s'agit donc de l'émission d'un électron c'est-à-dire d'une particule β^-.

Réponse B.

Question 2.2.3. **La particule émise provient de la réaction nucléaire suivante :**

A- $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}_{-1}^{\ 0}e$ B- $^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}_{+1}^{\ 0}e$ C- $^{1}_{0}n + {}_{+1}^{\ 0}e \rightarrow {}^{1}_{1}p$ D- $^{1}_{1}p + {}_{-1}^{\ 0}e \rightarrow {}^{1}_{0}n$

E- $^{1}_{0}n + {}_{+1}^{\ 0}e \rightarrow {}^{1}_{1}p$

Réponse de la question 2.2.3.

La réaction nucléaire : $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z+1}^{\ A}Y + {}_{-1}^{\ 0}e$ est due au fait que $^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}_{-1}^{\ 0}e$

Notons que la réaction de la réponse B correspond à l'émission β^+, celles des réponse C, D et E ne correspondent à aucune émission. Cependant, la réaction de la réponse D correspond à la capture électronique.

Réponse A.

Question 2.2.4. Les activités $a_x(t)$ et $a_y(t)$ respectivement de $^{A}_{Z}X$ et $_{Z+1}^{\ A}Y$ sont égales, lorsque :

1- $\frac{da_x(t)}{dt} = 0$ 2- $\frac{da_y(t)}{dt} = 0$ 3- $\frac{da_x(t)}{dt} < 0$ 4- $\frac{da_y(t)}{dt} < 0$

A(1,2) B(1,3) C(2,3) D(3,4) E(1,4) ??

Réponse de la question 2.2.4.

Les activités des deux radioéléments sont données par

$$a_x(t) = \lambda_x N_x(t)\ ;\ a_y(t) = \lambda_y N_y(t)$$

Lorsque les deux activités sont égales, il en résulte l'équation suivante :

$$a_x(t) = a_y(t) \Rightarrow \lambda_x N_x(t) = \lambda_y N_y(t) \Rightarrow \lambda_x N_x(t) - \lambda_y N_y(t) = 0$$

Par ailleurs,

$$\lambda_x N_x(t) - \lambda_y N_y(t) = \frac{dN_y(t)}{dt}$$

De ce fait,

$$\frac{dN_y(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\left(a_y(t)\right)}{dt} = \frac{d\left(\lambda_y N_y(t)\right)}{dt} = \lambda_y \frac{d\left(N_y(t)\right)}{dt} = 0$$

De plus, l'activité du radioélément $^{A}_{Z}X$ est décroissante, ce qui signifie :

$$\frac{da_x(t)}{dt} < 0$$

Réponse C(2,3).

Question 2.2.5. **Soit t_{max} la position temporelle du maximum de $a_y(t)$, alors :**

A- $t_{max} = 255h$ B- $t_{max} = 25{,}5h$ C- $t_{max} = 2{,}55\ h$ D- $t_{max} = 0{,}255\ h$ E- $t_{max} = 0{,}0255\ h$

Réponse de la question 2.2.5.

Lorsque $a_y(t)$ est maximale, alors sa dérivée est nulle ce qui se traduit par :

$$\left.\frac{da_y(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$$

Par ailleurs,

$$\left.\frac{d\left(a_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left[\lambda_y \frac{\lambda_x N_x(0)}{\lambda_y - \lambda_x}\left(e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_y t}\right)\right]\Bigg|_{t=t_{max}} \Rightarrow \frac{d}{dt}\left[\left(e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_y t}\right)\right]\Bigg|_{t=t_{max}} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_x e^{-\lambda_x t_{max}} - \lambda_y e^{-\lambda_y t_{max}} = 0$$

D'où,

$$\lambda_x e^{-\lambda_x t_{max}} = \lambda_y e^{-\lambda_y t_{max}} \Rightarrow t_{max} = \frac{Ln\frac{\lambda_y}{\lambda_x}}{\lambda_y - \lambda_x} = \frac{Ln\frac{10^{-1}}{10^{-2}}}{10^{-1} - 10^{-2}} = \frac{Ln10}{9.10^{-2}} \approx 25{,}5h$$

Réponse B.

Question 2.2.6. La valeur maximale de $a_y(t_{max})$, est :

A- $0{,}0775\ MBq$ B- $0{,}775\ MBq$ C- $7{,}75\ MBq$ D- $37{,}5\ MBq$ E- $77{,}5\ MBq$

Réponse de la question 2.2.6.

Lorsque $a_y(t)$ est maximale sa valeur est égale à celle de $a_x(t)$. De ce fait,

$$a_y(t_{max}) = a_x(t_{max}) = a_x(0).\,e^{-\lambda_x t_{max}} = 100e^{-10^{-2}.25{,}5} = 77{,}5\ MBq$$

Réponse E.

Question 2.2.7. La valeur de $a_y(t)$, à $t = 30T_y$ est égale à :

A- $5{,}0\ MBq$ B- $12{,}5\ MBq$ C- $20\ MBq$ D- $27{,}5\ MBq$ E- $35\ MBq$

Réponse de la question 2.2.7.

Le calcul peut être fait en utilisant la loi de décroissance. Cependant, en constatant que $t = 30T_y > t_{max}$, il est alors possible d'obtenir le résultat en utilisant le fait que dans ce cas, $a_y(t) = a_x(t)$.

De plus, $t = 30T_y = 3T_x$

De ce fait,

$$a_y(30T_y) = a_x(3T_x) = \frac{a_x(0)}{2^3} = \frac{100}{8} = 12{,}5\ MBq$$

Réponse B.

Question 2.2.8. On considère un compteur linéaire de particules de mouvement propre négligeable. On le place, à $t = 0$, à une distance d'un (1) mètre de la source de ${}^A_ZX$. Le comptage dure 1 min et le compteur a détecté 10^5 particules. On réalise cette même opération, dans les mêmes conditions, à un temps t, le compteur affiche 2,5 10^4 particules. L'activité mesurée $a_y(t)$ et le temps t auquel la mesure a été faite sont :

1- $a_y(t) = 20MBq$ 2- $a_y(t) = 25MBq$ 3- $a_y(t) = 50MBq$ 4- $t = 2T_x$ 5- $t = T_x$

A(1,4) B(1,5) C(2,4) D(2,5) E(1,4)

Réponse de la question 2.2.8.

Notons que la durée d'une minute est négligeable devant la période du radioélément. Il est donc possible de considérer l'activité constante durant la mesure.

Le compteur étant linéaire, il existe donc une relation linéaire entre la mesure et l'activité mesurée. De plus, le mouvement propre du compteur est négligeable (c'est-à-dire qu'en absence d'activité, la mesure sera nulle), ce qui se traduit par :

$$\left.\begin{cases} a_y(0) \longrightarrow 10^5\ particules \\ a_y(t) \longrightarrow 2{,}510^4\ particules \end{cases}\right\} \Rightarrow a_y(t) = a_y(0)\frac{2{,}5.10^4}{10^5} = 100\ .0{,}25 = 25\ MBq$$

Rappelons que

$$t = nT_x \Rightarrow a_x(nT_x) = \frac{a_x(0)}{2^n} \Rightarrow \frac{a_x(nT_x)}{a_x(0)} = \frac{1}{2^n}$$

Dans ce cas,

$$\frac{a_x(t)}{a_x(0)} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow t = 2T_x$$

Réponse C(2,4).

Question 2.2.9. On considère un compteur linéaire de particules de mouvement propre négligeable. On le place, à $t = 0$, à une distance d'un (1) mètre de la source de ${}_Z^AX$. Le comptage dure 1 min et le compteur a détecté 10^5 particules. On réalise cette même opération, dans les mêmes conditions mais à deux (2) mètres de la source, à un temps t, le compteur affiche 1,25 10^4 particules. L'activité mesurée $a_y(t)$ et le temps t auquel la mesure a été faite sont :

1- $a_y(t) = 20MBq$ 2- $a_y(t) = 25MBq$ 3- $a_y(t) = 50MBq$ 4- $t = 2T_x$ 5- $t = T_x$

A(1,4) B(1,5) C(2,4) D(3,4) E(3,5)

Réponse de la question 2.2.9.

Notons que la durée d'une minute est négligeable devant la période du radioélément. Il est donc possible de considérer l'activité constante durant la mesure.

Pour pouvoir comparer les valeurs entre elles, il est nécessaire de corriger la mesure effectuée en calculant sa valeur à 1m. En effet, toutes les grandeurs dosimétriques obéissent à la loi de l'inverse carré des distances. De ce fait,

$$Mesure\ à\ la\ distance_2 = Mesure\ à\ la\ distance_1\left(\frac{distance_1}{distance_2}\right)^2$$

Dans ce cas,

$$Mesure\ à\ 1\ mètre = Mesure\ à\ 2\ mètres\ .(2)^2 = 1{,}25.10^4\ .4 = 5.10^4\ particules$$

Le compteur étant linéaire, il existe donc une relation linéaire entre la mesure et l'activité mesurée. De plus, le mouvement propre du compteur est négligeable (c'est-à-dire qu'en absence d'activité, la mesure sera nulle), ce qui se traduit par :

$$\left.\begin{cases} a_y(0) \longrightarrow 10^5\ particules \\ a_y(t) \longrightarrow 5.10^4\ particules \end{cases}\right\} \Rightarrow a_y(t) = a_y(0)\frac{5.10^4}{10^5} = 100\ .0{,}5 = 50\ MBq$$

Rappelons que

$$t = nT_x \Rightarrow a_x(nT_x) = \frac{a_x(0)}{2^n} \Rightarrow \frac{a_x(nT_x)}{a_x(0)} = \frac{1}{2^n}$$

Dans ce cas,

$$\frac{a_x(t)}{a_x(0)} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} \Rightarrow t = T_x$$

Réponse E(3,5).

Exercice 2.3.

On considère le radioélément ${}_Z^AX$ de constante radioactive $\lambda_x = 2.10^{-2}h^{-1}$ qui se désintègre en donnant le radioélément ${}_{Z-1}^{\ \ A}Y$, de constante radioactive $\lambda_y = 10\lambda_x$. L'activité $a_x(t)$ de ${}_Z^AX$ à $t = 0$ est $a_x(0) = 2.\,GBq$ et celle de ${}_{Z-1}^{\ \ A}Y$, $a_x(0)$, est égale à 0.

Question 2.3.1. Les périodes T_x et T_y respectivement de ${}_Z^AX$ et ${}_{Z-1}^{\ \ A}Y$ sont :

1- $T_x = 34{,}65\ h$ 2- $T_y = 3{,}465\ h$ 3- $T_x = 3{,}465\ h$

4- $T_y = 346{,}5\ h$ 5- $T_y = 34{,}65\ h$

A(1,2) B(1,4) C(2,3) D(3,4) E(3,5)

Réponse de la question 2.3.1.
Il suffit de calculer les périodes à partir de la relation qui les lie aux constantes radioactives respectives.

$$T = \frac{Ln2}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} T_x = \dfrac{Ln2}{\lambda_x} = \dfrac{0,693}{2.10^{-2}} = 34,65\,h \\ T_y = \dfrac{Ln2}{\lambda_y} = \dfrac{Ln2}{10\,.\,\lambda_x} = \dfrac{0,693}{2.10^{-1}} = 3,465\,h \end{cases}$$

Réponse A(1,2).

Question 2.3.2. Le radioélément $^{A}_{Z}X$ qui donne en se désintégrant l'élément $_{Z-1}^{\ A}Y$, est un émetteur :
A- β^+ B- β^- C- α D- γ E- (β^-, γ)

Réponse de la question 2.3.2.
Le radioélément $^{A}_{Z}X$ donne le radioélément $_{Z-1}^{\ A}Y$, de ce fait il se produit au niveau nucléaire, la réaction suivante :

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z-1}^{\ A}Y + {}^{\ 0}_{+1}e$$

Du fait que :

$$^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{\ 0}_{+1}e$$

Il s'agit donc de l'émission d'un électron positif, c'est-à-dire d'une particule β^+.

Réponse A.

Question 2.3.3. La particule émise provient de la réaction nucléaire suivante :
B- $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{\ 0}_{-1}e$ B- $^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{\ 0}_{+1}e$ C- $^{1}_{0}n + {}^{\ 0}_{+1}e \rightarrow {}^{1}_{1}p$ D- $^{1}_{1}p + {}^{\ 0}_{-1}e \rightarrow {}^{1}_{0}n$ E- $^{1}_{0}n + {}^{\ 0}_{+1}e \rightarrow {}^{1}_{1}p$

Réponse de la question 2.3.3.
La réaction nucléaire : $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}_{Z-1}^{\ A}X + {}^{\ 0}_{+1}e$ est due au fait que $^{1}_{1}p \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{\ 0}_{+1}e$
Notons que la réaction de la réponse A correspond à l'émission β^-, celles des réponse C, D et E ne correspondent à aucune émission. Cependant, la réaction de la réponse D correspond à la capture électronique.

Réponse B.

Question 2.3.4. $a_x(t)$ et $a_y(t)$ sont les activités respectives de $^{A}_{Z}X$ et $_{Z-1}^{\ A}Y$. L'activité $a_y(t)$ est maximale pour $t = t_{max}$ lorsque :
1- $\left.\dfrac{da_y(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$ 2- $a_x(t_{max}) < a_y(t_{max})$ 3- $a_x(t_{max}) = a_y(t_{max})$ 4- $\left.\dfrac{da_x(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$
5- $t_{max} \approx 12,8\,h$ 6- $t_{max} \approx 25,6\,h$ 7- $a_x(t_{max}) \approx 1GB$ 8- $a_y(t_{max}) \approx 1,55GB$ 9- $a_x(t_{max}) \approx 1,55GB$
A(1,2,5) B(1,3,5) C(2,4,6) D(5,7,8) E(5,8,9)

Réponse de la question 2.3.4.
Les activités des deux radioéléments sont données par

$$a_x(t) = \lambda_x N_x(t)\ ;\ a_y(t) = \lambda_y N_y(t)$$

L'activité est maximale lorsque sa dérivée est nulle (définition mathématique), c'est-à-dire :

$$\left.\frac{da_y(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$$

Notons que $a_x(t)$ est une fonction strictement décroissante (loi de la décroissance radioactive = exponentielle décroissante), donc sa dérivée est toujours négative : elle

De ce fait :

$$\left\{\begin{array}{l}\left.\dfrac{da_y(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0 \\ a_y(t) = \lambda_y N_y(t)\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\frac{d\left(\lambda_y N_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = \lambda_y \left.\frac{d\left(N_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0 \Rightarrow \left.\frac{d\left(N_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$$

De plus,

$$\left.\frac{d\left(N_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = \lambda_x N_x(t_{max}) - \lambda_y N_y(t_{max}) = a_x(t_{max}) - a_y(t_{max}) = 0 \Rightarrow a_x(t_{max}) = a_y(t_{max})$$

•En partant du fait que :

$$\left.\frac{da_y(t)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0$$

Donc.

$$\left.\frac{d\left(a_y(t)\right)}{dt}\right|_{t=t_{max}} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left[\lambda_y \frac{\lambda_x N_x(t)}{\lambda_y - \lambda_x}\left(e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_y t}\right)\right]\Bigg|_{t=t_{max}} \Rightarrow \frac{d}{dt}\left[\left(e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_y t}\right)\right]\Bigg|_{t=t_{max}} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_x e^{-\lambda_x t_{max}} - \lambda_y e^{-\lambda_y t_{max}} = 0$$

D'où,

$$\lambda_x e^{-\lambda_x t_{max}} = \lambda_y e^{-\lambda_y t_{max}} \Rightarrow t_{max} = \frac{Ln\dfrac{\lambda_y}{\lambda_x}}{\lambda_y - \lambda_x} = \frac{Ln\dfrac{2.10^{-1}}{2.10^{-2}}}{2.10^{-1} - 2.10^{-2}} = \frac{Ln10}{0,18} \approx 12,8h$$

Lorsque $a_y(t)$ est maximale sa valeur est égale à celle de $a_x(t)$. De ce fait,

$$a_y(t_{max}) = a_x(t_{max}) = a_x(0).\,e^{-\lambda_x t_{max}} = 2.\,e^{-2.10^{-2}.12,8} \approx 1,55\ GBq$$

Réponses B(1,3,5), E(5,8,9)

Question 2.3.5. La valeur de $a_y(t)$, à $t = 30T_y$ est égale à :

B- $1,0\ GBq$ B- $1,25\ GBq$ C- $0,25\ GBq$ D- $0,5\ GBq$ E- $0,75\ GBq$

Réponse de la question 2.3.5.

Le calcul peut être fait en utilisant la loi de décroissance. De plus, on constate que $t = 30T_y = 30x3,465 > t_{max} = 12,55\ h$ il est alors possil d'obtenir le résultat en utilisant le fait que $a_y(t) = a_x(t)$.

De plus, $t = 30T_y = 3T_x$

De ce fait,

$$a_y(30T_y) = a_x(3T_x) = \frac{a_x(0)}{2^3} = \frac{2}{8} = 0,25\ GBq$$

Réponse C.

Question 2.3.6. On considère un compteur linéaire de particules de mouvement propre $MP = 10^2 coups/minute$. On le place, à $t = 0$, à une distance d'un (mètre de la source de $^{A}_{Z}X$. Le comptage dure 1 min et le compteur a détecté 10^5 particules. On réalise cette même opération, dans les mêmes conditions, à un temps t, compteur affiche 2,5 10^4 particules. L'activité mesurée $a_y(t)$ et le temps t auquel la mesure a été faite sont :

1- $a_y(t) = 0,249\ GBq$ 2- $a_y(t) = 0,498GBq$ 3- $a_y(t) = 0,996\ GBq$ 4- $t = 2T_x$ 5- $t = T_x$

A(1,4) B(1,5) C(2,4) D(2,5) E(3,4)

Réponse de la question 2.3.6.

Notons que la durée d'une minute est négligeable devant la période du radioélément. Il est donc possible de considérer l'activité constante durant la mesure.

Le compteur étant linéaire, il existe donc une relation linéaire entre la mesure et l'activité mesurée. Cependant, le mouvement propre du compteur est MP $10^2 coups/seconde$, ce qui se traduit par :

$$Mesure\ réelle = Mesure - MP$$

$$\left\{\begin{array}{l} a_y(0) \rightarrow 10^5 - 10^2\ particules \\ a_y(t) \rightarrow 2{,}5.10^4 - 10^2\ particules \end{array}\right\} \Rightarrow a_y(t) = a_y(0)\frac{0{,}249.10^5}{0{,}999.10^5} = 2x0{,}249 = 0{,}498\ GBq$$

Rappelons que

$$t = nT_x \Rightarrow a_x(nT_x) = \frac{a_x(0)}{2^n} \Rightarrow \frac{a_x(nT_x)}{a_x(0)} = \frac{1}{2^n}$$

Dans ce cas,

$$\frac{a_x(t)}{a_x(0)} = \frac{0{,}498}{2} = \frac{1}{2^a} \Rightarrow a = \frac{ln\left(\frac{0{,}498}{2}\right)}{ln\,2} \approx 2 \Rightarrow t = 2T_x$$

Réponse C(2,4).

Exercice 2.4.
On souhaite réaliser un examen d'imagerie chez un patient en utilisant le radioélément ${}_{Z+1}^{\ A}Y$ (émetteur γ) de periode $T_y = 6h$. Une activité de 10MBq est préparée par le technicien à l'instant $t = 0$.

Question 2.4.1. Au moment de l'administration de la solution marquée au patient, le médecin constate que cette activité ne vaut plus que 8MBq. Le temps qui s'est donc écoulé entre la préparation de l'activité et l'injection de celle-ci, est :

A- $t \approx 1{,}33h$ B- $t \approx 1{,}55h$ C- $t \approx 1{,}77h$ D- $t \approx 1{,}99h$ E- $t \approx 6h$

Réponse de la question 2.4.1.
Nous savons que

$$\frac{a_x(xT_x)}{a_x(0)} = \frac{1}{2^x}$$

Dans ce cas,

$$\frac{a_x(nT_x)}{a_x(0)} = \frac{8}{10} = \frac{1}{2^x} \Rightarrow x = \frac{Ln(10/8)}{Ln(2)} \approx 0{,}321 \Rightarrow t = (T_x)^{0{,}321} \approx 1{,}77h$$

Réponse C.

Question 2.4.2. Le médecin demande au technicien de lui préparer une activité de ${}_{Z-1}^{Am}Y$ qui permettrait d'injecter au patient, une activité de 5MBq, 2 heures après sa préparation. Le technicien devra donc préparer:

A- 5,3MBq B- 6,3MBq C- 7,3MBq D- 8,3MBq E- 9,3MBq.

Réponse de la question 2.4.2.
Le calcul peut être fait en utilisant la loi de décroissance.
De ce fait,

$$a_y(2h) = 5 = a_y(0\,h).e^{-\frac{Ln2}{6}2} \approx a_y(0\,h).0{,}793 \Rightarrow a_y(0\,h) = \frac{5}{0{,}793} \approx 6{,}3\ MBq$$

Réponse B.

Exercice 2.5. On Considère cinq faisceaux de photons d'énergie respectives $E_1 = 20MeV, E_2 = 1MeV, E_3 = 0{,}01MeV, E_4 = 1keV\ et\ E_5 = 50eV$, qui interagissent avec des électrons dont l'énergie de liaison est w_0=33eV.

Question 2.5.1. L'interaction la moins probable est :

1- L'effet photoélectrique pour les photons d'énergie $E_1 = 20MeV$.
2- L'effet Compton. pour les photons d'énergie $E_2 = 1MeV$
3- La création de paires pour les photons d'énergie $E_4 = 1keV$.
4- la création de paires pour les photons d'énergie $E_1 = 20MeV$.
5- L'effet Compton. pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$
6- L'effet photoélectrique pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$

A(1,2,3) B(2,3,4) C(1,3,5) D(4,5,6) E(2,5,6)

Solution question 2.5.1.

Rappels :

L'effet photoélectrique a une probabilité non nulle de se produire lorsque l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron et du même ordre de grandeur que celle-ci.

$$E_1 = 20\,.10^6 eV \gg w_o = 33\ eV\,, E_2 = 10^6 eV \gg w_o = 33\ eV, E_3 = 10^4 eV \gg w_o = 33\ eV,$$
$$E_4 = 10^3 eV \gg w_o = 33\ eV$$

Donc pour ces quatre énergies, l'effet photoélectrique a une probabilité quasi nulle de se produire. La réponse 1 est correcte et la réponse 6 est fausse.

Pour que la création de paires ait lieu, il faut que l'énergie des photons soit supérieure à 1,022 MeV. Seul pour le faisceau d'énergie $E_1 = 20MeV$, cette interaction se produira. Elle sera donc la moins probable (probabilité=0) pour les quatre autres énergies. La réponse 3 est correcte et la réponse 4 est fausse ;

L'effet Compton se produit dès lors que l'énergie de liaison des électrons peut être considérée négligeable par rapport à celle des photons incidents. De ce fait, elle est donc la moins probable pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$. La réponse 5 est correcte et la réponse 2 est fausse.

Réponse C(1,3,5)

Question 2.5.2. L'interaction la plus probable est :

1- L'effet photoélectrique pour les photons d'énergie $E_1 = 20MeV$.
2- L'effet Compton. pour les photons d'énergie $E_2 = 1MeV$
3- La création de paires pour les photons d'énergie $E_4 = 1keV$.
4- La création de paires pour les photons d'énergie $E_1 = 20MeV$.
5- L'effet Compton. pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$
6- L'effet photoélectrique pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$

A(1,2,3) B(2,3,4) C(1,3,5) D(4,5,6) E(2,4,6)

Solution question 2.5.2.

Rappels :

L'effet photoélectrique a une probabilité non nulle de se produire lorsque l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron et du même ordre de grandeur que celle-ci.

$$E_1 = 20\,.10^6 eV \gg w_o = 33\ eV\,, E_2 = 10^6 eV \gg w_o = 33\ eV, E_3 = 10^4 eV \gg w_o = 33\ eV,$$
$$E_4 = 10^3 eV \gg w_o = 33\ eV$$

Donc pour ces quatre énergies, l'effet photoélectrique a une probabilité quasi nulle de se produire. Il sera le plus probable pour la l'énergie $E_5 = 50eV$. La réponse 6 est correcte et la réponse 1 est fausse.

Pour que la création de paires ait lieu, il faut que l'énergie des photons soit supérieure à 1,022 MeV. Seul pour le faisceau d'énergie $E_1 = 20MeV$, cette interaction se produira. La réponse 4 est correcte et la réponse 3 est fausse ;

L'effet Compton se produit dès lors que l'énergie de liaison des électrons peut être considérée négligeable par rapport à celle des photons incidents. De ce fait, elle est donc la moins probable pour les photons d'énergie $E_5 = 50eV$. La réponse 2 est correcte et la réponse 5 est fausse.

Réponse E(2,4,6)

Question 2.5.3. Les photons d'énergie $E_5 = 50eV$ interagissent par effet photoélectrique et ceux d'énergie $E_2 = 1MeV$ interagissent par effet Compton (on considère le cas où l'angle de diffusion du photon diffusé est $\varphi = {}^{\pi}/_{3}$).

1- L'énergie cinétique du photoélectron $E_{Cp} = 17eV$
2- L'énergie cinétique du photoélectron $E_{Cp} = 83eV$
3- L'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC} = 0{,}2\ MeV$
4- L'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC} = 0{,}5\ MeV$
5- L'énergie du photon diffusé Compton est $h\nu' \approx 0{,}8\ MeV$
6- L'énergie du photon diffusé Compton est $h\nu' \approx 0{,}5\ MeV$

A(1,3,5) B(2,4,6) C(1,4,6) D(2,3,5) E(2,4,5)

Solution question 2.5.3.

Pour l'effet photoélectrique :

$$E_{Cp} = h\nu - w_0 = 50 - 33 = 17eV$$

Pour l'effet Compton :
$E_{CC} = h\nu - h\nu'$ où $h\nu = E_2$ et $h\nu' = Energie\ du\ photon\ diffusé\ Compton$

Pour calculer $h\nu'$, on utilise la relation qui lie la longueur d'onde du photon incident à celle du photon diffusé :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}\left(1 - cos(\varphi)\right) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{h}{m_o c}\left(1 - cos(\varphi)\right)$$

$h = 6{,}62\ 10^{-34} J.s$ est la constante de Planck, $m_o = 9{,}11\ 10^{-31} kg$ est la masse au repos de l'électron et $c = 3\ 10^8 m/s$ est la vitesse de la lumière dans le vide.

$$\frac{h}{m_o c} = \frac{6{,}62\ 10^{-34}}{9{,}11\ 10^{-31}.3\ 10^8} = 0{,}242.10^{-11} m$$

Ce même résultat peut être obtenu en utilisant le fait que $m_o c^2 = 0{,}511 MeV = 0{,}511.10^6 x1{,}6.10^{-19} = 0{,}818.10^{-13} J$

$$\frac{h}{m_o c} = \frac{hc}{m_o c^2} = \frac{6{,}62\ 10^{-34} x3\ 10^8}{0{,}818.10^{-13}} = 0{,}242.10^{-11} m$$

Cette valeur est une constante, elle est appelée longueur d'onde associée à l'électron Compton : $\lambda_e = 0{,}242.10^{-11} m$

De ce fait,

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_o c}\left(1 - cos(\varphi)\right) = \frac{hc}{E_2} + \frac{h}{m_o c}\left(1 - cos(\varphi)\right) = \frac{6{,}62\ 10^{-34} x3\ 10^8}{10^6 x1{,}6.10^{-19}} + 0{,}242.10^{-11}\left(1 - cos(^{\pi}/_3)\right)$$

$$\lambda' = 12{,}41.10^{-13} + 0{,}242.10^{-11}(1 - ^1/_2) = (12{,}41 + 12{,}1)10^{-13} = 24{,}51.10^{-13} m$$

$$h\nu' = \frac{12400}{\lambda'} = \frac{12400}{24{,}51.10^{-3}} \approx 0{,}5.10^6 = 0{,}5\ MeV$$

Ce qui implique que,

$$E_{CC} = h\nu - h\nu' \approx 1 - 0{,}5\ MeV = 0{,}5 MeV$$

Réponse C(1,4,6)

Question 2.5.4. Les photons d'énergie $E_3 = 0{,}01 MeV$ et ceux d'énergie $E_4 = 1 keV$ interagissent par effet Compton (on considère le cas où l'angle de diffusion du photon diffusé est $\varphi = ^{\pi}/_2$).

1- Pour E_3, l'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC3} \approx 0{,}1\ keV$
2- Pour E_3, l'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC3} \approx 0{,}5\ keV$
3- Pour E_4, l'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC4} \approx 3\ eV$
4- Pour E_4, l'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC4} \approx 100\ eV$
5- Pour E_3, l'énergie du photon diffusé $h\nu'_3 \approx 0{,}5\ keV$
6- Pour E_4, l'énergie du photon diffusé $h\nu'_4 \approx 0{,}3\ keV$

A(1,3,5) B(2,4,6) C(1,4,6) D(2,3,5) E(2,4,5)

Solution question 2.5.4.

L'effet Compton pour $E_3 = 0{,}01 MeV$:
$E_{CC3} = h\nu_3 - h\nu'_3$ où $h\nu_3 = E_3$ et $h\nu'_3 = Energie\ du\ photon\ diffusé\ Compton\ pour\ l'énergie E_3$

Pour calculer $h\nu'$, on utilise la relation qui lie la longueur d'onde du photon incident à celle du photon diffusé :

$$\lambda'_3 - \lambda_3 = \lambda_e\left(1 - cos(\varphi)\right) \Rightarrow \lambda'_3 = \lambda_3 + \lambda_e\left(1 - cos(\varphi)\right)$$

Où λ_e est la longueur d'onde associée à l'électron Compton : $\lambda_e = 0{,}242.10^{-11} m$

De ce fait,

$$\lambda'_3 = \lambda_3 + \lambda_e\left(1 - cos(\varphi)\right) = \frac{hc}{E_3} + \lambda_e\left(1 - cos(\varphi)\right) = \frac{6{,}62\ 10^{-34} x3\ 10^8}{10^4 x1{,}6.10^{-19}} + 0{,}242.10^{-11}\left(1 - cos(^{\pi}/_2)\right)$$

$$\lambda'_3 = 12{,}41.10^{-11} + 0{,}242.10^{-11}(1 - 0) = (12{,}41 + 0{,}242)10^{-11} = 12{,}652.10^{-11} m$$

$$h\nu_3' = \frac{12400}{\lambda_3'} = \frac{12400}{12,652} \approx 0,980.10^3 = 0,98\ keV$$

Ce qui implique que,

$$E_{CC3=}h\nu_3 - h\nu_3' \approx 10 - 0,98 = 9,02keV$$

L'effet Compton pour $E_4 = 1keV$:

$E_{CC4} = h\nu_4 - h\nu_4'$ où $h\nu_4 = E_4$ et $h\nu_4' = Energie\ du\ photon\ diffusé\ Compton\ pour\ l'énergie E_4$

Pour calculer $h\nu_4'$, on utilise la relation qui lie la longueur d'onde du photon incident à celle du photon diffusé :

$$\lambda_4' - \lambda_4 = \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) \Rightarrow \lambda_4' = \lambda_4 + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big)$$

Où λ_e est la longueur d'onde associée à l'électron Compton : $\lambda_e = 0,242.10^{-11}m$

De ce fait,

$$\lambda_4' = \lambda_4 + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) = \frac{hc}{E_4} + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) = \frac{6,62\ 10^{-34}x3\ 10^8}{10^3x1,6.10^{-19}} + 0,242.10^{-11}\left(1 - cos(^{\pi}/_2)\right)$$

$$\lambda_3' = 12,41.10^{-10} + 0,242.10^{-11}(1 - 0) = (124,1 + 0,242)10^{-11} = 124,342.10^{-11}m$$

$$h\nu_3' = \frac{12400}{\lambda_3'} = \frac{12400}{12,4342} \approx 0,997.10^3 = 0,997\ keV$$

Ce qui implique,

$$E_{CC3=}h\nu_3 - h\nu_3' \approx 1 - 0,997 = 0,003keV = 3eV$$

$\boxed{\text{Réponse D(2,3,5)}}$

Question 2.5.5. Les photons d'énergie $E_3 = 0,01MeV$ interagissent par effet Compton (on considère le cas où l'angle de diffusion du photon diffusé est $\varphi = {}^{\pi}/_3$).

1- L'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC3} \approx 0,1\ keV$

2- L'énergie cinétique de l'électron Compton $E_{CC3} \approx 9,011\ keV$

3- L'énergie du photon diffusé $h\nu_3' \approx 0,989\ keV$

4- L'énergie du photon diffusé $h\nu_4' \approx 9,89\ keV$

5- La vitesse de l'électron Compton $v_3 \approx 0,278.10^8 m/s$

6- La vitesse de l'électron Compton $v_3 \approx 0,556.10^8 m/s$

A(1,3,5) B(2,3,6) C(1,4,6) D(2,3,5) E(2,4,5)

Solution question 2.5.4.

L'effet Compton pour $E_3 = 0,01MeV$:

$E_{CC3} = h\nu_3 - h\nu_3'$ où $h\nu_3 = E_3$ et $h\nu_3' = Energie\ du\ photon\ diffusé\ Compton\ pour\ l'énergie E_3$

Pour calculer $h\nu'$, on utilise la relation qui lie la longueur d'onde du photon incident à celle du photon diffusé :

$$\lambda_3' - \lambda_3 = \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) \Rightarrow \lambda_3' = \lambda_3 + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big)$$

Où λ_e est la longueur d'onde associée à l'électron Compton : $\lambda_e = 0,242.10^{-11}m$

De ce fait,

$$\lambda_3' = \lambda_3 + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) = \frac{hc}{E_3} + \lambda_e\big(1 - cos(\varphi)\big) = \frac{6,62\ 10^{-34}x3\ 10^8}{10^4x1,6.10^{-19}} + 0,242.10^{-11}\left(1 - cos(^{\pi}/_3)\right)$$

$$\lambda_3' = 12,41.10^{-11} + 0,242.10^{-11}(1 - 0,5) = (12,41 + 0,121)10^{-11} = 12,531.10^{-11}m$$

$$h\nu_3' = \frac{12400}{\lambda_3'} = \frac{12400}{12,531} \approx 0,989.10^3 = 0,989\ keV$$

Ce qui implique que,

$$E_{CC3=}h\nu_3 - h\nu_3' \approx 10 - 0{,}989 = 9{,}011keV$$

Par ailleurs, si E_{CC3} est l'énergie cinétique de l'électron Compton, E_{T3} son énergie totale et m_oc^2 son énergie au repos, alors par définition

$$E_{CC3} = E_{T3} - m_oc^2$$

$$\Rightarrow E_{CC3} = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1-\frac{v_3^2}{c^2}}} - m_oc^2 \Rightarrow \frac{E_{CC3}}{m_oc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_3^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v_3^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{E_{CC3}}{m_oc^2}+1}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{v_3^2}{c^2} = \frac{1}{\left(\frac{E_{CC3}}{m_oc^2}+1\right)^2} \Rightarrow \frac{v_3^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{E_{CC3}}{m_oc^2}+1\right)^2} \Rightarrow v_3 = c\sqrt{1-\frac{1}{\left(\frac{E_{CC3}}{m_oc^2}+1\right)^2}}$$

D'où,

$$v_3 = 3.10^8\sqrt{1-\frac{1}{\left(\frac{9{,}011.10^3}{511.10^3}+1\right)^2}} = 3.10^8\sqrt{0{,}034} = 0{,}556.10^8 m/s$$

$\boxed{\text{Réponse B(2,3,6)}}$

Exercice 2.6.

On considère trois sources de rayonnements S_1, S_2 et S_3 émettrices de photons d'activités respectives a_1, a_2, a_3. Ces activités sont mesurées à l'aide d'un détecteur linéaire. Le rendement global du détecteur est de $r = 10^{-2}$ sur l'axe et à un mètre de celui-ci. On supposera que les activités restent constantes durant les mesures.

Question 2.6.1. Les mesures se sont faites dans les mêmes conditions que celles qui ont permis la mesure de r et ont duré 40 secondes pour S_1, 3 minutes pour S_2 et 5 minutes pour S_3. Le détecteur a affiché les valeurs suivantes $M_1 = 10^8$ particules détectées, $M_2 = 1{,}8.10^9$ particules détectées et $M_3 = 3.10^8$ particules détectées, respectivement pour S_1, S_2 et S_3. Les activités des trois sources sont :

1- $a_1 = 1\ GBq$ 2- $a_1 = 0{,}25\ GBq$ 3- $a_1 = 0{,}1\ GBq$ 4- $a_2 = 1\ GBq$ 5- $a_2 = 0{,}25\ GBq$
6- $a_2 = 0{,}1\ GBq$ 7- $a_3 = 1\ GBq$ 8- $a_3 = 0{,}25\ GBq$ 9- $a_3 = 0{,}1\ GBq$

A(1,4,7) B(2,5,8) C(3,6,9) D(2,4,9) E(3,4,8)

Solution question 2.6.1.

Par définition :

$$r = \frac{Nbre\ particules\ détectées}{Nbre\ particules\ émises} = \frac{N_d}{N_e} \Rightarrow N_e = \frac{N_d}{r}$$

Pour S_1

En 40 secondes :

$$N_d = M_1 = 10^8 \Rightarrow N_e = \frac{10^8}{10^{-2}} = 10^{10} \Rightarrow a_1 = \frac{10^{10}}{40} = 2{,}5.10^8 = 0{,}25\ GBq$$

Pour S_2

En 3 minutes=180 secondes :

$$N_d = M_2 = 1{,}8.10^9 \Rightarrow N_e = \frac{1{,}8.10^9}{10^{-2}} = 1{,}8.10^{11} \Rightarrow a_1 = \frac{1{,}8.10^{11}}{180} \approx 10^9 = 1\ GBq$$

Pour S_3

En 5 minutes=300 secondes :

$$N_d = M_3 = 3.10^8 \Rightarrow N_e = \frac{3.10^8}{10^{-2}} = 3.10^{10} \Rightarrow a_1 = \frac{3.10^{10}}{300} = 10^8 = 0{,}1\ GBq$$

$\boxed{\text{Réponse D(3,4,9)}}$

Question 2.6.2. Les mesures se sont faites dans les mêmes conditions que celles qui ont permis la mesure de r, mais à une distance de 2 mètres et ont duré 60 secondes pour S_1, 2,5 minutes pour S_2 et 5 minutes pour S_3. Sachant que les sources S_1, S_2 et S_3 ont respectivement les activités $a_1 = 5\ GBq$, $a_2 = 2\ GBq$ et $a_1 = 1\ GBq$. Le détecteur affiche les valeurs M_1, M_2 et M_3 (exprimées en nombre de particules détectées) respectivement pour S_1, S_2 et S_3.

1- $M_1 = 7{,}5.10^8$ 2- $M_1 = 3.10^9$ 3- $M_1 = 7{,}5.10^9$ 4- $M_2 = 7{,}5.10^8$ 5- $M_2 = 3.10^9$
2- $M_2 = 7{,}5.10^9$ 7- $M_3 = 7{,}5.10^8$ 8- $M_3 = 3.10^9$ 9- $M_3 = 7{,}5.10^9$

A(1,4,7) B(2,5,8) C(3,6,9) D(2,4,9) E(3,4,8)

Solution question 2.6.2.
Par définition :

$$r = \frac{Nbre\ particules\ détectées}{Nbre\ particules\ émises} = \frac{N_d}{N_e} \Rightarrow N_d = r.N_e$$

Rappelons que

$$Nbre\ particules\ émises = activité\ x\ temps\ de\ mesure$$

Pour S_1
En 1min =60 secondes à un mètre du détecteur,

$$M_1(\text{à } 1m) = r.a_1.t_1 = 10^{-2}.5.10^9.60 = 3.10^9\ particules\ détectées$$

En appliquant la loi de l'inverse carré des distances, la mesure affichée sera donc :

$$M_1 = M_1(\text{à } 1m).\frac{1^2}{2^2} = \frac{3.10^9}{4} = 7{,}5.10^8\ particules\ détectées$$

Pour S_2
En 2,5min =150 secondes à un mètre du détecteur,

$$M_2(\text{à } 1m) = r.a_2.t_2 = 10^{-2}.2.10^9.150 = 3.10^9\ particules\ détectées$$

En appliquant la loi de l'inverse carré des distances, la mesure affichée sera donc :

$$M_1 = M_1(\text{à } 1m).\frac{1^2}{2^2} = \frac{3.10^9}{4} = 7{,}5.10^8\ particules\ détectées$$

Pour S_2
En 5min = 300 secondes à un mètre du détecteur,

$$M_3(\text{à } 1m) = r.a_3.t_3 = 10^{-2}.1.10^9.300 = 3.10^9\ particules\ détectées$$

En appliquant la loi de l'inverse carré des distances, la mesure affichée sera donc :

$$M_1 = M_1(\text{à } 1m).\frac{1^2}{2^2} = \frac{3.10^9}{4} = 7{,}5.10^8\ particules\ détectées$$

$\boxed{\text{Réponse D(3,4,9)}}$

Exercice 2.7.
En radiobiologie l'étude des variations du taux de survie d'une population cellulaire donnée, se fait à l'aide de modèles mathématiques. Les plus usuels sont le modèle linéaire et le modèle linéaire quadratique. On considère alors, une population cellulaire constituée de $N_A = 10^8$ cellules d'un type A et de $N_B = 10^7$ cellules d'un type B.

Question 2.7.1. Ces deux populations reçoivent simultanément une même dose D=2Gy, le taux de survie est $S_A(2Gy) = 0{,}135$ pour la population A et $S_B(2Gy) = 0{,}368$ pour la population B. On suppose que les deux populations suivent un modèle linéaire du type $S(D) = e^{-\alpha D}$. Alors :

1- $\alpha = 1\ Gy^{-1}$ pour la population A 2- $\alpha = 1\ Gy^{-1}$ pour la population B 3- $\alpha = 0{,}5\ Gy^{-1}$ pour la population A
4- $\alpha = 0{,}5\ Gy^{-1}$ pour la population B 5- $S_A(4Gy) = 0{,}135$ 6- $S_B(4Gy) = 0{,}135$
7- $S_A(3Gy) = 0{,}223$ 8- $S_B(3Gy) = 0{,}223$

A(1,3,5) B(1,4,8) C(3,5,8) D(2,4,8) E(4,6,8)

Solution question 2.7.1.

$$S(D) = e^{-\alpha D} \Rightarrow ln(S(D)) = -\alpha D \Rightarrow \alpha = -\frac{ln(S(D))}{D}$$

Pour la population A :

$$\alpha = -\frac{ln(S(D))}{D} = \frac{ln(0,135)}{2} \approx 1$$

$$S_A(4Gy) = e^{-4} \approx 0,018 \quad ; \quad S_A(3Gy) = e^{-3} \approx 0,0498$$

Pour la population B :

$$\alpha = -\frac{ln(S(D))}{D} = -\frac{ln(0,368)}{2} \approx 0,5$$

$$S_A(4Gy) = e^{-0,5.4} = e^{-2} \approx 0,135 \quad ; \quad S_A(3Gy) = e^{-0,5.3} = e^{-1,5} \approx 0,223$$

Réponses B(1,4,8) et E(4,6,8)

Question 2.7.2. Ces deux populations reçoivent simultanément une même dose D=2Gy, le taux de survie est $S_A(2Gy) = 0,135$ pour la population A et $S_B(2Gy) = 0,368$ pour la population B. On suppose que les deux populations suivent un modèle linéaire du type $S(D) = e^{-\alpha D}$. Alors :

1- $S_A = S_B$ pour $D \approx 1,82Gy$
2- $S_A = S_B$ pour $D \approx 1,64Gy$
3- $2S_A = S_B$ pour $D \approx 1,39Gy$
4- $2S_A = S_B$ pour $D \approx 1,19Gy$
5- $N_A = 2N_B$ pour $D \approx 3,22Gy$
6- $N_A = 2N_B$ pour $D \approx 3,55Gy$
7- $N_A < N_B$ pour $D > 4,91Gy$
8- $N_A < N_B$ pour $D > 4,61Gy$

A(1,3,5) B(1,4,8) C(3,5,8) D(2,4,8) E(4,6,8)

Solution question 2.7.2.

$$S(D) = e^{-\alpha D} \Rightarrow ln(S(D)) = -\alpha D \Rightarrow \alpha = -\frac{ln(S(D))}{D}$$

Pour la population A :

$$\alpha = -\frac{ln(S(D))}{D} = -\frac{ln(0,135)}{2} \approx 1 \Rightarrow S_A(D) = e^{-D}$$

Pour la population B :

$$\alpha = -\frac{ln(S(D))}{D} = -\frac{ln(0,368)}{2} \approx 0,5 \Rightarrow S_B(D) = e^{-0,5.D}$$

$S_A(D) = e^{-D} = S_B(D) = e^{-0,5D}$ n'est vraie que pour $D = 0$, c'est-à-dire $S_A(D) = S_B(D) = 1$. De ce fait, aucune des propositions concernant cette égalité n'est vraie.

$$S_A(D) = e^{-D} = 0,5.S_B(D) = 0,5.e^{-0,5D} \Rightarrow ln(e^{-D}) = ln(0,5) + ln(e^{-0,5.D}) \Rightarrow -D = ln(0,5) - 0,5.D$$

$$\Rightarrow -0,5.D = ln(0,5) \Rightarrow D = -\frac{ln(0,5)}{0,5} \approx \frac{0,693}{0,5} = 1,39\ Gy$$

$$N_A(D) = N_A(0)e^{-D} = 10^8 e^{-D}\ et\ N_A(D) = N_B(0)e^{-0,5.D} = 10^7 e^{-0,5.D}$$

$$N_A(D) = 2.N_B(D) \Rightarrow 10^8 e^{-D} = 2.10^7 e^{-0,5.D} \Rightarrow ln(10^8 e^{-D}) = ln(2.10^7 e^{-0,5.D})$$
$$\Rightarrow ln(10^8) + ln(e^{-D}) = ln(2) + ln(10^7) + ln(e^{-0,5.D}) \Rightarrow 8\,ln(10) - D = ln(2) + 7\,ln(10) - 0,5D$$
$$\Rightarrow 0,5D = 8\,ln(10) - ln(2) - 7\,ln(10) = ln(10) - ln(2) \Rightarrow D = \frac{ln(10) - ln(2)}{0,5} \approx 3,22Gy$$

$$N_A(D) = N_A(0)e^{-D} = 10^8 e^{-D} \; et \; N_A(D) = N_B(0)e^{-0,5.D} = 10^7 e^{-0,5.D}$$

$$N_A(D) < N_B(D) \Rightarrow 10^8 e^{-D} < 10^7 e^{-0,5.D} \Rightarrow ln(10^8 e^{-D}) < ln(10^7 e^{-0,5.D})$$
$$\Rightarrow ln(10^8) + ln\,(e^{-D}) < ln(10^7) + ln(e^{-0,5.D}) \Rightarrow 8\,ln(10) - D < 7\,ln(10) - 0,5D$$
$$\Rightarrow 0,5D > 8\,ln(10) - 7\,ln(10) = ln(10) \Rightarrow D > \frac{ln(10)}{0,5} \approx 4,61\;Gy$$

Réponse C(3,5,8)

Question 2.7.3. Ces deux populations reçoivent simultanément une même dose D=1Gy, le taux de mortalité est $T_A(1Gy) = 0,865$ pour la population A et $T_B(1Gy) = 0,632$ pour la population B. On suppose que les deux populations suivent un modèle linéaire du type $S(D) = e^{-\alpha D}$. Alors :

1- $S_A(2Gy) = 0,135$
2- $S_B(2Gy) = 0,135$
3- $2S_A = S_B$ pour $D \approx 0,663Gy$
4- $2S_A = S_B$ pour $D \approx 0,693Gy$
5- $N_A = 2N_B$ pour $D \approx 1,61Gy$
6- $N_A = 2N_B$ pour $D \approx 1,77Gy$
7- $N_A < N_B$ pour $D > 2,46Gy$
8- $N_A < N_B$ pour $D > 2,31Gy$

A(1,3,5) B(2,4,5) C(3,5,8) D(2,4,8) E(4,6,8)

Solution question 2.7.2.

$$S(D) = 1 - T(D) = e^{-\alpha D} \Rightarrow ln\big(S(D)\big) = -\alpha D = ln\big(1 - T(D)\big) \Rightarrow \alpha = -\frac{ln\big(1 - T(D)\big)}{D}$$

Pour la population A :

$$\alpha_A = -\frac{ln\big(1 - T_A(D)\big)}{D} = -\frac{ln(0,135)}{1} \approx 2 \Rightarrow S_A(D) = e^{-2D}$$

$$S_A(2Gy) = e^{-2D} = e^{-4} \approx 0,018$$

Pour la population B :

$$\alpha_B = -\frac{ln\big(1 - T_B(D)\big)}{D} = -\frac{ln(0,368)}{1} \approx 1 \Rightarrow S_B(D) = e^{-D}$$

$$S_B(2Gy) = e^{-D} = e^{-2} \approx 0,135$$

$$S_A(D) = e^{-2D} = 0,5.S_B(D) = 0,5.e^{-D} \Rightarrow ln(e^{-2D}) = ln(0,5) + ln(e^{-D}) \Rightarrow -2D = ln(0,5) - D$$

$$\Rightarrow -D = ln(0,5) \Rightarrow D = -ln\,(0,5) \approx 0,693\;Gy$$

5+7=2

$$N_A(D) = N_A(0)e^{-2D} = 10^8 e^{-2D} \; et \; N_B(D) = N_B(0)e^{-D} = 10^7 e^{-D}$$

$$N_A(D) = 2.N_B(D) \Rightarrow 10^8 e^{-2D} = 2.10^7 e^{-D} \Rightarrow ln(10^8 e^{-2D}) = ln(2.10^7 e^{-D})$$

$$\Rightarrow ln(10^8) + ln\,(e^{-2D}) = ln(2) + ln(10^7) + ln\,(e^{-D}) \Rightarrow 8\,ln(10) - 2D = ln(2) + 7\,ln(10) - D$$
$$\Rightarrow D = 8\,ln(10) - ln(2) - 7\,ln(10) = ln(10) - ln(2) \Rightarrow D = ln(10) - ln(2) \approx 1,61Gy$$

$$N_A(D) < N_B(D) \Rightarrow 10^8 e^{-2D} < 10^7 e^{-D} \Rightarrow ln(10^8 e^{-2D}) < ln(10^7 e^{-D})$$
$$\Rightarrow ln(10^8) + ln\,(e^{-2D}) < ln(10^7) + ln(e^{-D}) \Rightarrow 8\,ln(10) - 2D < 7\,ln(10) - D$$
$$\Rightarrow D > 8\,ln(10) - 7\,ln(10) = ln(10) \Rightarrow D > ln(10) \approx 2,31\;Gy$$

Réponse B(2,4,5) et D(2,4,8)