UNIVERSITE CONSTANTINE :3

FACULTE DE MEDECINE-DEPARTEMENT DE MEDECINE DENTAIRE

TD 1 : RAPPELS MATHEMATIQUE

EXERCICE 1 : Mettre une croix dans les cases où x symbole y a un sens et est vrai

x	y	$\in$	$\notin$	$\subset$	$\not\subset$	$=$
1	1					X
1	$\{1\}$	X				
2	$\{1\}$		X			
$\{1\}$	$\{1,2\}$			X		
$\{1\}$	$\{1\}$			X		X
$\{1\}$	$\{\{1\},\{1,2\}\}$	X				
$\{1\}$	$\{1,\{1\}\}$	X				

EXERCICE 2: Soient les ensembles: $A=\{a,b,c,d\};B=\{c,d,e\};C=\{c,e,f,g\};D=\{a,b,e,f\}$

Calculer : $card(A\cap B), card(A\cap B\cap C), card(A\cup B\cup C), card(A\cup B\cup D)$.

EXERCICE 3:

1. Soit $E=\{a,b,c\}$. Calculer $P(E)$. Que vaut $card(P(E))$?
2. Si $card(E)=n$ alors $card(P(E))=?$

EXERCICE 4: Soit $E=\{1,2,3,4,5\}$ et $A,B\in P(E)$ définis par : $A=\{x\in E / x\,est\,pair\}$; $B=\{x\in E / x\leq 3\}$

1. Ecrire en extension $A, B, \overline{A}, \overline{B}, \overline{(A\cap B)}, \overline{(A\cup B)}, \overline{A}\cap B, \overline{A}\cup \overline{B}$
2. Soit x un élément de E et la phrase :
   "Il n'est pas vrai que x est à la fois pair et inférieur ou égal à 3".
   Réécrire cette phrase sous les formes suivantes :
   "Il est vrai que x est ...", $x\in\{.....\}$, $x\in\overline{(A...B)}$, $x\in\overline{A}...\overline{B}$
3. Même question pour la phrase :
   "Il n'est pas vrai que x est pair ou inférieur ou égal à 3".
4. Compléter les lois de Morgan :
   $\overline{(A\cap B)}=..........;\overline{(A\cup B)}$

EXERCICE 5: Soient les ensembles suivants $A=\{3,5\}, B=\{2,5,9\}$

Calculer : $A\times B, B\times A$

EXERCICE 6 : Compléter le tableau suivant par les cardinaux des ensembles

$card(A)$	$card(B)$	$card(A\cap B)$	$card(A\cup B)$	$card(A-B)$	$card(B-A)$
15	7	3	19	12	4
10	12	2	20	8	10
8	5	0	13	8	5
a	b	i	(a+b) - i	a - i	b - i
a	b	(a+b) - u	u	a - b + u	-a + u
y - z	+ z + x	x	y	y - z - x	z

* card (A∪B) = card(A) + (card B - card A∩B)

* card(A-B) = card(A) - card(A∩B) | * card(A) = card(A-B) + card

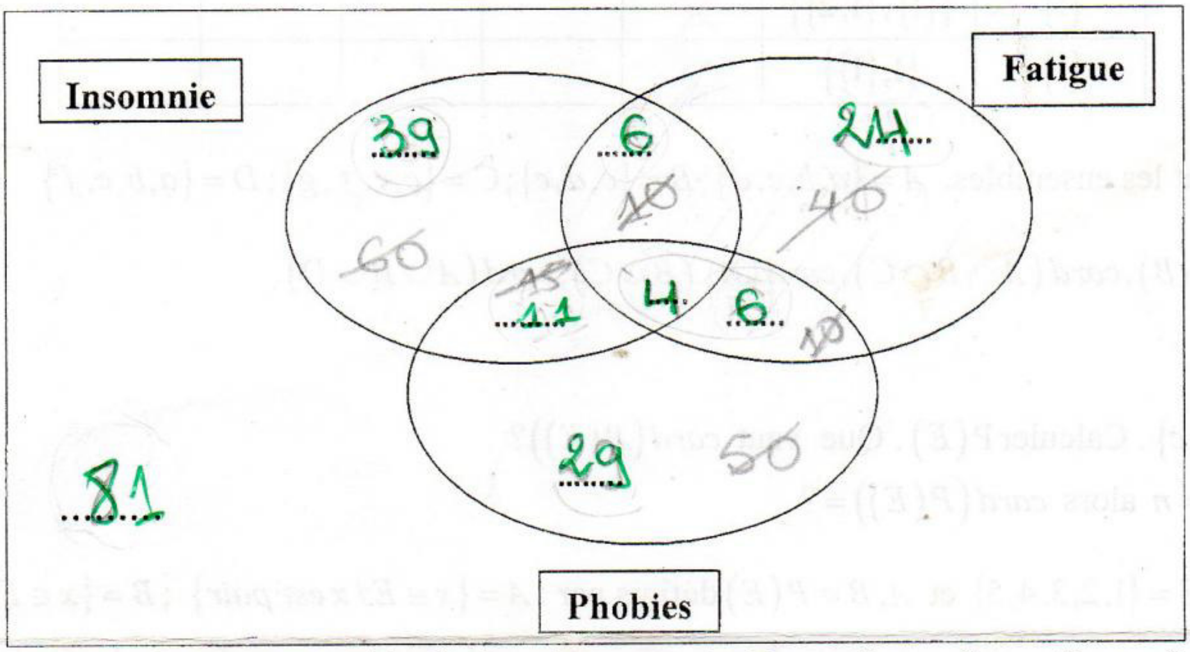
card(B) = [card A∪B) + (Ca

EXERCICE 7: Une étude Porte 3 symptômes de morbidité psychique: insomnie, fatigue importante, pho
mineures. Les 200 sujets interrogés se classent comme suit par rapport à ces symptômes.

Symptômes	Nombre de sujets
Insomnie	60
Fatigue importante	40
Phobies mineures	50
Insomnie et Fatigue importante	10
Insomnie et Phobies mineures	15
Fatigue importante et Phobies mineures	10
Insomnie, Fatigue importante, Phobies mineures	4

Compléter le diagramme suivant en inscrivant le nombre de sujets dans chacune des régions.

On a: $n = 200$.



EXERCICE 8: Cinq mesures dans un ensemble de données sont: $x_1 = 7, x_2 = 5, x_3 = 6, x_4 = 8, x_5 = 6$.

Calculer les valeurs numériques de :

$$(a)\sum_{i=1}^{5} x_i,(b)\sum_{i=2}^{4} x_i,(c)\sum_{j=1}^{5} 2x_j,(d)\sum_{i=1}^{5}(x_i-6),(e)\sum_{i=3}^{5}(x_i-6.4),(f)\sum_{i=1}^{5}3.$$

EXERCICE 9: Evaluer les expressions suivants quand: $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 4, x_4 = 5$.

$$(a)\sum_{i=1}^{4} x_i,(b)\sum_{i=1}^{4} 4x_i,(c)\sum_{j=1}^{4}\left(x_j-3\right),(d)\sum_{i=2}^{4}\left(x_i-4\right),(e)\sum_{i=1}^{4}\left(x_i-2\right)x_i$$

$$(f)\sum_{i=1}^{3}\left(x_i-4\right)^2,(g)\sum_{i=1}^{4} x_i^2,(h)\sum_{i=1}^{4}\left(x_i-2\right)^2,(i)\sum_{i=1}^{4}\left(x_i^2-4x_i+4\right).$$

EXERCICE 10: Evaluer les expressions suivants quand: $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 4, x_4 = 5, x_5 = 8$ et $y_1 = 2, y_2 = 3, y_3 = 4, y_4 = 1, y_5 = 6.$

$$(a)\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{3} x_i y_j,\ (b)\sum_{i=2}^{5} x_i y_i,\ (c)\sum_{j=2}^{4} b_i x_j,\ (d)\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} x_i y_j.$$

J-21

UNIVERSITE CONSTANTINE 3

FACULTE DE MEDECINE-DEPARTEMENT DE MEDECINE DENTAIRE

EXERCICES SUR CHAPITRE II

Exercice 1: (Calcul de primitives)

Déterminer les primitives des fonctions suivantes

1) $f_1(x)=\dfrac{x^2}{1+x^3}$ 2) $f_2(x)=\dfrac{1}{(2x+1)^3}$ 3) $f_3(x)=\sqrt{1-x}$

4) $f_4(x)=\cos(x)\sin(x)$ 5) $f_5(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ 6) $f_6(x)=x\sqrt{1+x^2}$

7) $f_7(x)=th(x)$ 8) $f_8(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ 9) $f_9(x)=\dfrac{\sin(2x)}{1+\cos^2(x)}$

Exercice 2: **(Calcul d'intégrales)**

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\int_0^{2\pi}\cos^2(x)\,dx$, 2) $\int_e^{e^2}\dfrac{1}{x(\ln x)^2}\,dx$.

3) $\int_{1+e}^{1+2e}\dfrac{x^2}{x-1}\,dx$,

Exercice 3: **(Linéarisation)**

Déterminer les primitives suivantes :

1) $\int\sin^2(x)\,dx$ 2) $\int\cos^4(x)\,dx$ 3) $\int \mathrm{sh}^4(x)\,dx$

Exercice 4: (Intégration par parties)

Déterminer les intégrales suivantes :

1) $\int_1^e\ln(x)\,dx$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^x\cos(x)\,dx$ 3) $\int_0^1(x+2)e^x\,dx$

4) $\int_0^{\pi}(x-1)\cos(x)\,dx$

Exercice 5: (Fractions rationnelles)

Calculer les intégrales suivantes:

1) $\int_{2}^{3} \frac{1}{x(x-1)} dx$ 2) $\int_{2}^{3} \frac{2x+1}{x^2-1} dx$ 3) $\int_{2}^{3} \frac{x^2-1}{x^2+4x-5} dx$

4) $\int_{0}^{1} \left(x^2-2x+3\right)e^{2x} dx$

Exercice 6: (Changement de variable)

Déterminer les primitives suivantes en utilisant le changement de variable précisé

1) $\int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} dx \ldots \left(en\ posant : t = \ln x\right)$

2) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\cos^2(x) dx \ldots \left(en\ posant : t = \cos(x)\right)$

3) $\int_{0}^{\pi} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6} dx \ldots \left(en\ posant : t = \sin x\right)$

UNIVERCITE DE CONSTANTINE 3 ANNEE :2015/2016

FACULTE DE MEDECINE DEPARTEMENT DE MEDECINE DENTAIRE

TD №03

Variable Statistique Discete

Exercice 1. Pour chacun des caractères suivants, indiqué s'il est qualitatif, quantitatif discret ou continu : **1.** La taille des étudiants **2.** Le poids **3.** Le sexe d'un nouveau né **4.** le périmètre crânien **5.** Le mois de naissance **6.** L'âge de la mère **7.** le nombre de semaines d'allaitement **8.** La profession des parents **9.** Le revenu des parents **10.** La couleur des cartables des écoliers d'un village donné

Exercice 2. On recense dans 100 hôpitaux les cas d'une maladie inconnue.
Les résultats obtenue sont donnés par le tableau ci-dessous

Nombre de la maladie	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'hôpitaux	25	30	15	10	8	6	4	2

① Quel est le caractère étudié ? Donner sa nature.

② Représenter graphiquement cette série.

③ Déterminer le mode et représenter le graphiquement.

④ Calculer les quartiles et donner l'interquartile.

⑤ Calculer la moyenne et l'écart-type

Exercice 3. Les notes sur 20 de 30 copies d'examen en mathématiques sont :

12	5	11	15	12	19	7	11	7	15
16	3	3	1	8	7	15	11	7	5
17	7	19	11	15	1	3	16	3	8

① Déterminer la population statistique – la variable statistique – son type – ses différentes valeurs.

② Déterminer toutes les caractéristiques de position centrale.

③ Déterminer toutes les caractéristiques de dispersion.

④ Calculer la moyenne et la variance de la nouvelle série statistique $\cancel{u = \frac{x+10}{11}}$ $y = 2x - 8$

Exercice 4. On mesure le poids d'un échantillon de 100 étudiants dont 40 filles et 60 garçons. Chez les filles on a obtenu une moyenne $\overline{x_F} = 55.8kg$ et une variance $\sigma_F^2 = 50.2kg$. Chez les garçons on a obtenu une moyenne $\overline{x_G} = 70.6kg$ et une variance $\sigma_G^2 = 81.5kg$ Trouver la moyenne et la variance pour tout l'échantillon En déduire l'écart type

TD №05

Variable Statistique à Deax Caractères

Exercice 1. Dans une population composée de 110 ménages on considère deux caractères statistiques : le nombre X de pièces que comporte l'habitation du ménage et le nombre Y d'enfants dans le ménage. Les résultats observés sont les suivants :

X/Y	0	1	2	3	4	5
1	6	4	1	0	0	0
2	3	11	10	5	1	0
3	1	3	16	13	4	0
4	0	1	3	15	8	4

① Défini la population, sa taille, le type des variables étudiées.

② Calculer le nombre moyen d'enfants de ménages habitant un deux pièces

③ Calculer le nombre de pièces moyen dans la population étudiée.

④ Calculer la covariance de X et Y, ainsi que le coefficient de corrélation

Exercice 2. Afin d'orienter ses investissements, une chaîne d'hôtels réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres. Une analyse établit un lien entre le taux d'occupation, exprimé en %, et le montant des frais de publicité (en milliers d'euros).

Fais de publicité x_i	30	27	32	25	35	22	24	35
Taux d'occupation y_i	52	45	67	55	76	48	32	72

① Calculer les moyennes arithmétique des duex variables X et Y.

② Calculer la variance de X.

③ Calculer la covariance entre X et Y .

④ Calculer l'équation de la droite de régression linéaire de la variable y sur la variable x.

⑤ Ajuster cette fois la variable Y par la variable X à l'aide d'une fonction exponentielle de la forme $Y = BA^X$

Exercice 3. On étudie un échantillon de taille $n = 100$ sur lequel ont été mesurés deux caractères X et Y, on observé les résultats suivants :

$\sum_{i=1}^{n} x_i = 800$,$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1200$,$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 7200$, $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 16000$ et $\sum_{i=1}^{n} y_i x_i = 10200$

① Calculer l'équation de la droite de régression linéaire de la variable Y sur la variable X.

② Calculer l'équation de la droite de régression linéaire de la variable X sur la variable Y.

TD №04

Variable Statistique Continue

Exercice 1. On a relevé l'âge X de décès par le cancer du poumon chez les individus âgés de plus de vingt ans, les résultats obtenus sont :

Classes	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
effectifs	2	6	20	40	30	2

① Déterminer la population statistique, la taille de l'échantiallon ,le caractère étudié ainsi que sa nature.

② Représenter cette série graphiquement.

③ Donner la classe modale ; et représenter le graphiquement.

④ calculer la médiane ; les quartiles et donner l'interquartile.

⑤ Calculer la moyenne et l'écart-type.

Exercice 2. On veut tester l'effet d'un certain poison A pour cela, on dispose d'un échantillon de 100 souris. on a noté les durées de survie en jours X aprés injection du poison.
Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

X	[0,4[	[4,8[	[8,12[	[12,16[	[16,20[	[20,24[	[24,28[	[28,32[
Effectifs cumulés	4	10	35	63	81	96	98	100

① Représenter graphiquement cette série.

② Déterminer toutes les caractéristiques de position centrale.

③ Déterminer toutes les caractéristiques de dispersion.

④ Calculer la moyenne et la variance de la nouvelle série statistique $Y = \frac{X+4}{2}$.

⑤ Quelle est l'étendue réduite au :

a. 70% Central.

b. 50% Central.

TD №06

L'ANALYSE COMBINATOIRE

Exercice 1.

Une personne dispose de 2 vestes, 4 pantalons,3 chemises et 2 paires de chaussures. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Exercice 2.

À partir des chiffres 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9

① Combien de nombre de 7 chiffres distincts ?

② Parmi ceux-ci combien y en a-t-il qui sont pairs, impairs?

Exercice 3.

Un test comporte 10 questions à 2 réponses chacune : vrai-faux.
De combien de façons peut-on répondre à ce test ?

Exercice 4.

Un candidat doit tirer trois questions d'oral sur 22 questions proposes par l'examinateur, comprenant 10 questions d'analyse, 7 questions de statistique et 5 questions de probabilité. Le candidat tire successivement les trois questions sans les remettre.

① Combien a-t-il de possibilités de tirer trois questions d'analyse ?

② Combien a-t-il de possibilités de tirer une question d'analyse, une question de statistique et une question de probabilité ?

③ Combien a-t-il de possibilités de tirer exactement deux questions d'analyse ?

④ Combien a-t-il de possibilités de ne tirer aucune question de statistique ?

⑤ Combien a-t-il de possibilités de tirer au moins une question de Probabilité ?

Exercice 5. Soit l'ensemble $\Omega = \{a, b, c\}$

① Constituer $P(\Omega)$, l'ensemble des parties de Ω

② Quel est le nombre d'éléments de $P(\Omega)$.

③ Si Ω est un ensemble à n éléments, quel est alors le nombre d'éléments de $P(\Omega)$?

Exercice 6.

① Combien de mot peut-on former à partir des lettres du mot DISCRET (chacune étant employée une seule fois)

② La même question pour le mot LUTTE.

Exercice 7.

De combien de façons peut-on choisir 3 chaises en bon état dans un lot de 116 chaises, sachant que ce lot contient 100 chaises en bon état et 16 en mauvais état ?

Exercice 8.

Dans un examen, un étudiant doit répondre, dans tous les cas, à 10 questions parmi 14.

① Combien possède l'étudiant de choix possibles ?

② Si l'étudiant doit obligatoirement répondre aux 8 premières questions, combien a-t-il de choix possibles ?

③ Si l'étudiant doit répondre à au moins 8 questions parmi les 10 questions premières, combien a-t-il alors de choix possibles ?

Exercice 9.

① On divise un groupe de 28 étudiants en2 sous-groupes de 14 étudiants pour les TP. Combien y a-t-il de manières d'effectuer cette opération ?

② Calculer : $C_{24}^{0} + C_{24}^{1} + C_{24}^{2} + ... + C_{24}^{22} + C_{24}^{23} + C_{24}^{24}$

③ Si nous voulons développer $(a+b)^8$, quel est le coefficient de a^3b^5 ? Quel est le coefficient de a^5b^3 ?

④ 15 nouveaux médecines de la chirurgie dentaire sont à affecter à 3 services que 8 iront à le service A, 4 iront à le service B et 3 ira à le service C. De combien de façons distinctes peut-on réaliser cette opération ?

UNIVERCITE DE CONSTANTINE 3 ANNEE :2016/2017

FACULTE DE MEDECINE DEPARTEMENT DE MEDECINE DENTAIRE

TD №07
LES PROBABILITES

Exercice 1. Soient A, B et C trois événements d'un ensemble probabilisé Ecrire les événements suivants en utilisant les opérations $(\cup, \cap)$

(a) Au moins l'un des événements A, B et C se réalise.

(b) L'un seulement des événements A et B se réalise.

(c) se A et B réalisent mais pas C.

(d) Les événements A, B et C se réalisent.

Exercice 2. $A, Bet A \cup B$ sont trois événements de probabilités $0.4, 0.5$ et 0.6

Calculer la probabilité des événements : $\overline{A}, \overline{B}, A \cap B, \overline{A} \cap B, A \cap \overline{B}, \overline{A} \cup B, A \cup \overline{B}, \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A} \cup \overline{B}$

Exercice 3. On pipe une pièce de monnaie de telle sorte que face (f) apparaisse deux fois plus que pile (p). Calculer $P(f)$ et $P(p)$

Exercice 4. Dans une urne contenant 5 boules noires, 3 boules rouges et 2 boules vertes. On tire sans remise 3 boules,calculer les probabilités d'avoir.

1. Exactement 1 boule rouge et 2 boules noires.
2. Au plus 2 boules rouges.

Exercice 5. Dans un lot de 80 vaccins, 10 sont périmés. Si on en tire deux au hasard, quelle est la probabilité :

1. de tirer 0 vaccin périmé ?
2. de tirer 1 vaccin périmé ?
3. de tirer 2 vaccins périmés ?

Exercice 6. Deux lignes téléphoniques L_1 et L_2 aboutissent à un standard. La probabilité que la ligne L_1 soit occupée est de 60% . La probabilité que la ligne L_2 soit occupée est de 40% . La probabilité que les deux lignes soient occupées simultanément est de 20% . Calculer la probabilité en % de chacun des événements suivants après en avoir donné une transcription ensembliste :

1. une ligne au moins est occupée.
2. les deux lignes sont libres.
3. une ligne seulement est occupée

Exercice 7. Dans une ville imaginaire, 40% de la population ont les cheveux bruns, 25% ont les yeux bruns et 15% ont les yeux et les cheveux bruns. On choisit au hasard une personne.

1. Si elle a les cheveux bruns, quelle est la probabilité qu'elle ait les yeux bruns ?
2. Si elle a les yeux bruns, quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas les cheveux bruns ?
3. Quelle est la probabilité qu'elle n'ait ni les cheveux bruns ni les yeux bruns ?

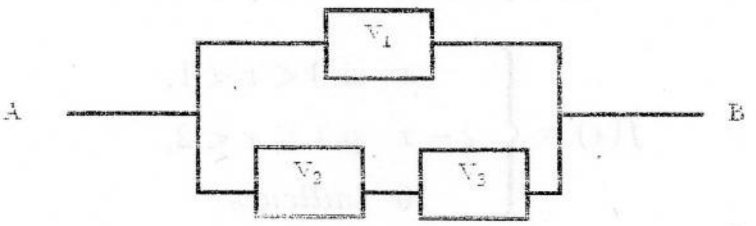
Exercice 8. Un laboratoire médical désire vérifier l'efficacité de son test de dépistage d'une maladie M. Le laboratoire recrute 5% de sujets atteints de la maladie M, le reste des sujets n'étant donc pas atteint de la maladie M. Le résultat du test est soit positif (T), soit négatif ($\overline{T}$). Il se révèle que si un sujet n'est pas atteint de la maladie M, il a 9 chances sur 10 de réagir négativement au test et que, s'il est atteint de la maladie M, il a 8 chances sur 10 de réagir positivement.

1. Quelle est la probabilité (en %) que le sujet soit malade si le test est négatif ?
2. Quelle est la probabilité (en %) que le sujet soit malade si le test est positif ?
3. Quelle est la probabilité (en %) que le sujet ne soit pas malade si le test est positif ?
4. Le test qui semble à première vue efficace, l'est-il véritablement ?

TD №08

LES VARIABLES ALEATOIRES

Exercice 1. on considère un système de distribution d'eau du point A au point B à travers des valves V_1, V_2 et V_3 (Voir schéma).



Les valves fonctionnent indépendamment, et chacune s'ouvre correctement avec une probabilité de 0.8

1. Trouver la loi de probabilité de la variable aléatoire X représentant le nombre de chemins ouverts de A à B après que le signal de commande d'ouverture ait été donné.

2. Trouver $F(x)$ la fonction de répartition de X.

3. Trouver la moyenne et la variance de X.

Exercice 2. La loi de la variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :

x_i	-1	0	1	2	3
P(X=x_i)	0.2	p_2	0.1	p_4	0.4

1. Déterminez les valeurs de p_2 et p_4, sachant que les événements $(X = 0)$ et $(X = 2)$ sont équiprobables

2. Trouver $F(x)$ la fonction de répartition de X.

3. Calculer la probabilité de l'événement suivante $(X \leq 1)$.

4. Calculer la probabilité de l'événement suivante$(X^2 = 1)$.

5. Calculer la probabilité de l'événement suivante $(X^2 - 4X + 3 < 0)$.

6. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

Exercice 3.

La variable aléatoire X a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \begin{cases} 0.2 & \text{si } -1 < x \leq 0, \\ 0.2 + ax & \text{si } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \textit{ailleurs.} \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de a
2. Trouver la fonction de répartition $F(x)$.
3. Calculer $F(-1)$, $F(0)$ et $F(1)$.
4. Trouver les probabilités $P(0 \leq x \leq 0.5)$ et $P(x > 0.5\ x > 0.1)$.
5. Trouver la moyenne et la variance de X.

Exercice 4. Une variable aléatoire a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1, \\ 2 - x & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ 0 & \textit{ailleurs}. \end{cases}$$

1. Tracer le graphe de f. Calculer $P(1 \leq x \leq 1.5)$
2. Utiliser la figure géométrique de f pour trouver $P(1 \leq x \leq 1.5)$.

Exercice 5. Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 ou x > 1, \\ ax(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

1. Calculer a pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X absolument continue.
2. Quelle est la fonction de répartition F associée à f ?
3. Calculer $E(X)$.
4. Quelles sont les lois de probabilité des variables aléatoires $Y = inf(X_1, X_2)$et$Z = sup(X_1, X_2)$ où les variables aléatoires X_1, X_2 sont indépendantes et suivent chacune la même loi de probabilité que X ?